

LOGICĂ FUZZY – PROBLEME

Problema 1.

Fie universul de discurs $X = \{1, 2, 3, 4\}$ și mulțimile

$$A = \{(1, 0.2), (2, 0.7), (3, 1), (4, 0)\} \text{ și } B = \{(1, 0.5), (2, 0.3), (3, 1), (4, 0.1)\}.$$

Să se calculeze:

- i) $A \cup B$
- ii) $A \cap B$
- iii) $\bar{A}$ și $\bar{B}$
- iv) $A - B$
- v) $A \ominus B$
- vi) $A \oplus B$
- vii) $A \odot B$

- i) $A \cup B = \{(x, \max(\mu_A(x), \mu_B(x))) | x \in X\} = \{(1, 0.5), (2, 0.7), (3, 1), (4, 0.1)\}$
- ii) $A \cap B = \{(x, \min(\mu_A(x), \mu_B(x))) | x \in X\} = \{(1, 0.2), (2, 0.3), (3, 1), (4, 0)\}$
- iii) $\bar{A} = \{(x, 1 - \mu_A(x)) | x \in X\} = \{(1, 0.8), (2, 0.3), (3, 0), (4, 1)\}$
 $\bar{B} = \{(x, 1 - \mu_B(x)) | x \in X\} = \{(1, 0.5), (2, 0.7), (3, 0), (4, 0.9)\}$
- iv) $A - B = A \cap \bar{B} = \{(1, 0.2), (2, 0.7), (3, 0), (4, 0)\}$
- v) $A \ominus B = \{(x, \max(\mu_A(x) - \mu_B(x), 0)) | x \in X\} = \{(1, 0), (2, 0.4), (3, 0), (4, 0)\}$
- vi) $A \oplus B = \{(x, \min(1, \mu_A(x) + \mu_B(x))) | x \in X\} = \{(1, 0.7), (2, 1), (3, 1), (4, 0.1)\}$
- vii) $A \odot B = \{(x, \max(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1)) | x \in X\} = \{(1, 0), (2, 0), (3, 1), (4, 0)\}$

Problema 2.

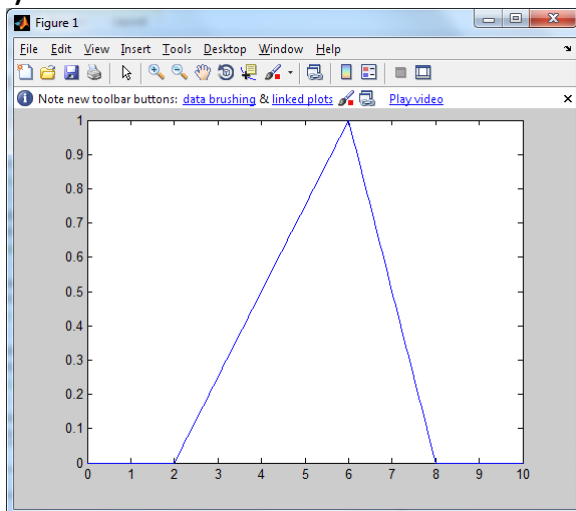
Fie $X = (0:0.1:10)'$. Să se reprezinte grafic următoarele funcții de apartenență:

- i) $f_{tri}(X; 2, 6, 8)$
- ii) $f_{trap}(X; 1, 3, 7, 8)$
- iii) $f_{gauss}(X; 2, 5)$
- iv) $f_{gbell}(X; 2, 3, 5)$
- v) $f_{gauss}(X; 3, 4, 1, 8)$
 $f_{gauss}(X; 3, 6, 1, 6)$
- vi) $f_{sig}(X; 1, 0)$
 $f_{sig}(X; -1, 0)$
- vii) $f_{dsig}(X; 2, -5, 5, 0)$
- viii) $f_{psig}(X; 2, -5, -1, 0)$
- ix) $f_s(X; -5, 5)$
- x) $f_z(X; -5, 5)$
- xi) $f_{pi}(X; -7, 2, 5, 9)$

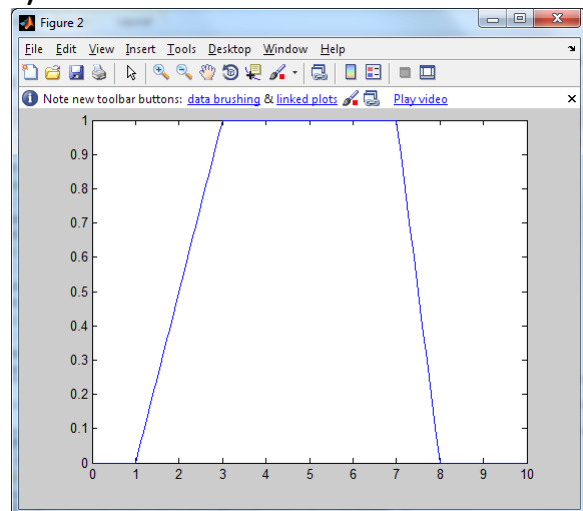
```
x = 0:0.1:10';
% i)
y1 = trimf(x, [2 6 8]);
figure(1);
plot(x, y1);
% ii)
y2 = trapmf(x, [1 3 7 8]);
figure(2);
plot(x, y2);
% iii)
y3 = gaussmf(x, [2 5]);
figure(3);
plot(x, y3);
```

```
% iv)
y4 = gbellmf(x, [2 3 5]);
figure(4);
plot(x, y4);
% v)
y5 = gauss2mf(x, [3 4 1 8]);
y6 = gauss2mf(x, [3 6 1 6]);
figure(5);
plot(x, [y5; y6]);
% vi)
y7 = sigmf(x, [1, 0]);
y8 = sigmf(x, [-1, 0]);
figure(6);
plot(x, [y7; y8]);
% vii)
y9 = dsigmf(x, [2 -5 5 0]);
figure(7);
plot(x, y9);
% viii)
y10 = psigmf(x, [2 -5 -1 0]);
figure(8);
plot(x, y10);
% ix)
y11 = smf(x, [-5 5]);
figure(9);
plot(x, y11);
% x)
y12 = zmf(x, [-5 5]);
figure(10);
plot(x, y12);
% xi)
y13 = pimf(x, [-7 2 5 9]);
figure(11);
plot(x, y13);
```

i)

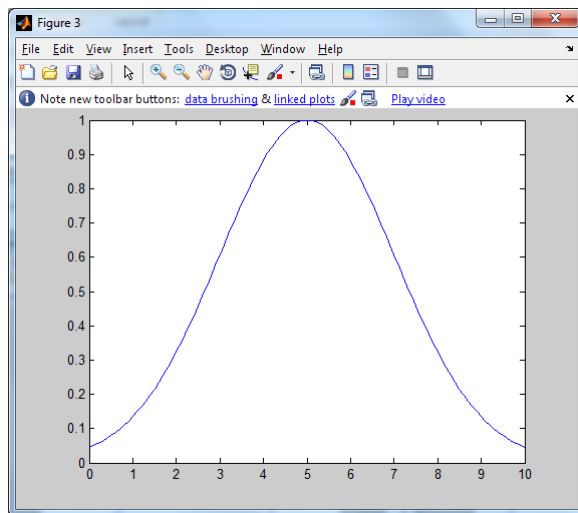


ii)

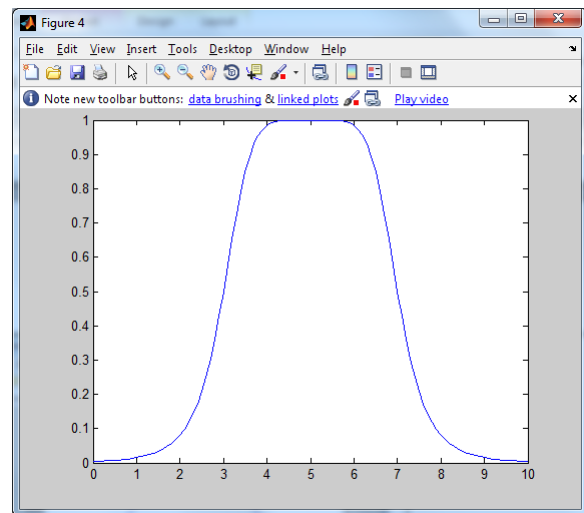


iii)

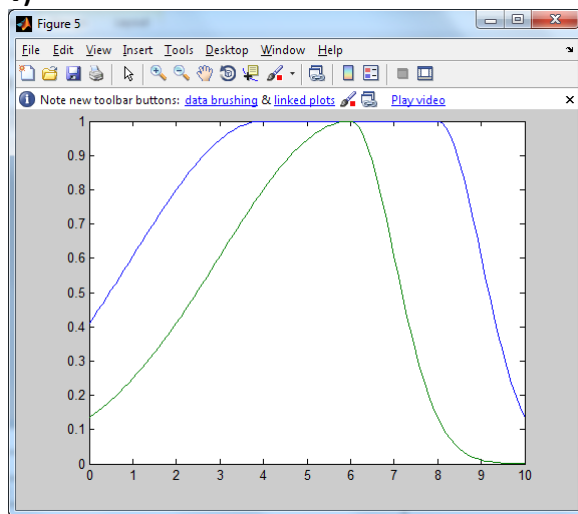
iv)



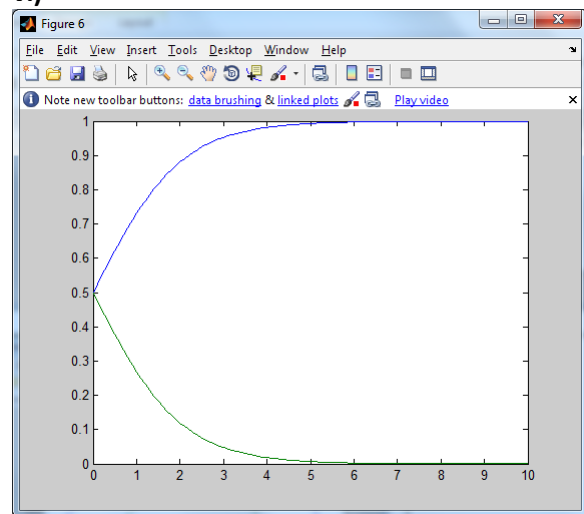
v)



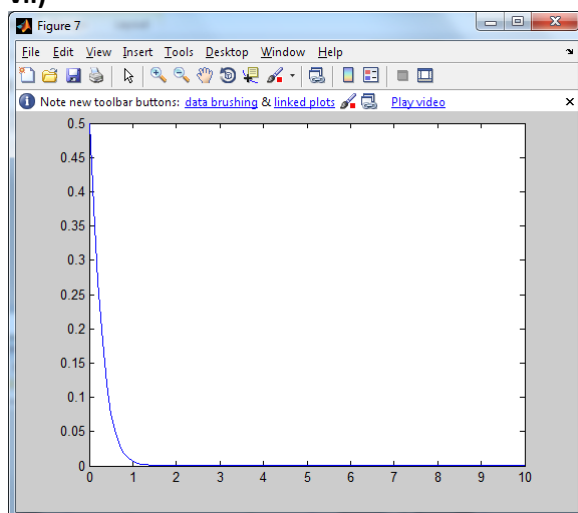
vi)



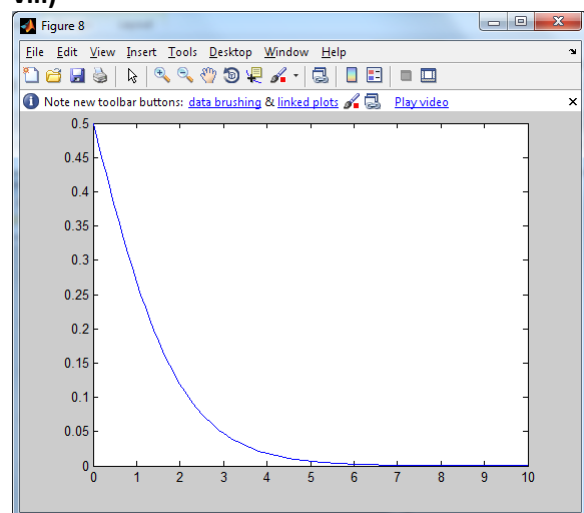
vii)



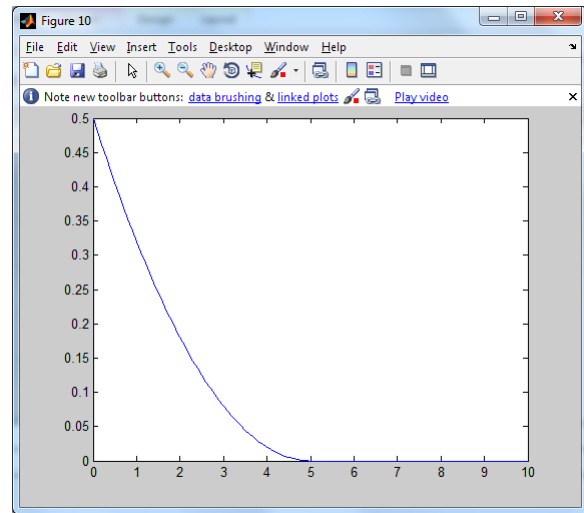
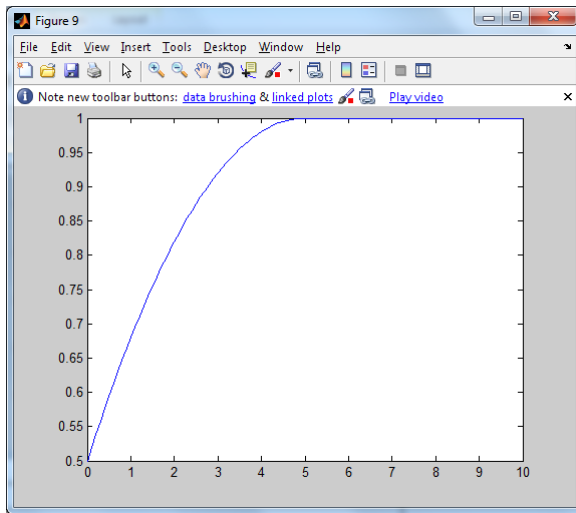
viii)



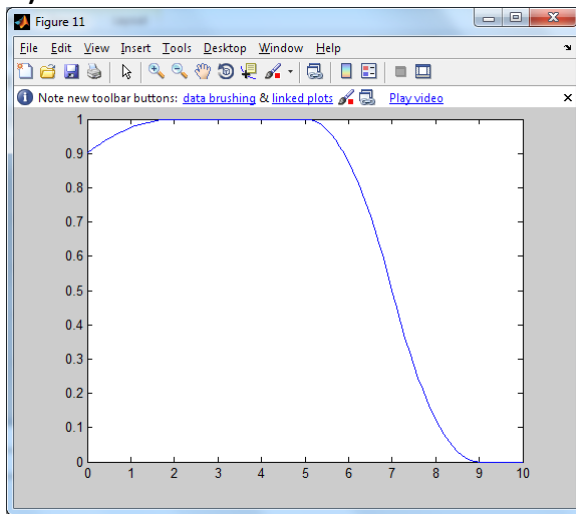
ix)



x)



xi)



Problema 3.

Se consideră mulțimile fuzzy:

$$A = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.2}{5} \right\}; B = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.7}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.4}{5} \right\}.$$

Să se calculeze $A \cup B$, $A \cap B$, $\bar{A}$ și $\bar{B}$.

$$A \cup B = \left\{ \frac{\max(\mu_A(x), \mu_B(x))}{x} \mid x \in X \right\} = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{0.7}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.4}{5} \right\}$$

$$A \cap B = \left\{ \frac{\min(\mu_A(x), \mu_B(x))}{x} \mid x \in X \right\} = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.2}{5} \right\}$$

$$\bar{A} = \left\{ \frac{1 - \mu_A(x)}{x} \mid x \in X \right\} = \left\{ \frac{0}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{0.8}{5} \right\}$$

$$\bar{B} = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.6}{5} \right\}$$

Problema 4.

Se consideră următoarele mulțimi fuzzy:

$$X = \left\{ \frac{0.2}{10} + \frac{0.5}{20} + \frac{0.8}{40} + \frac{1.0}{60} + \frac{0.6}{80} + \frac{0.1}{100} \right\}$$

$$Y = \left\{ \frac{0.3}{0.5} + \frac{0.6}{1} + \frac{0.9}{1.5} + \frac{1.0}{4} + \frac{0.6}{8} + \frac{0.3}{20} \right\}$$

$$Z = \left\{ \frac{0.3}{10} + \frac{0.6}{20} + \frac{0.7}{40} + \frac{0.9}{60} + \frac{1}{80} + \frac{0.5}{100} \right\}$$

- i) Calculați produsul cartezian $R = X \times Y$;
 ii) Calculați $S_1 = Z \circ R$ și $S_2 = Z * R$ folosind: 1)compunerea max-min; respectiv 2)compunerea max-prod.

Indicații

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(x, z) = \max_{y \in Y} \{ \min \{ \mu_{R_1}(x, y), \mu_{R_2}(y, z) \} \}$$

$$\mu_{R_1 * R_2}(x, z) = \max_{y \in Y} \{ \mu_{R_1}(x, y) \cdot \mu_{R_2}(y, z) \}.$$

```
% Compunerea max-prod
R = input('Introduceti matricea R:');
S = input('Introduceti matricea S:');
[m, n] = size(R);
[a, b] = size(S);
if(n == a)
    for i = 1:m
        for j = 1:b
            c = R(i,:);
            d = S(:,j);
            [f, g] = size(c);
            [h, q] = size(d);
            for l = 1:g
                e(l,1) = c(l,1) * d(l,1);
            end
            t(i,j) = max(e);
        end
    end
    fprintf('\nMatricea compusa prin metoda max-prod este: \n');
    t
else
    display('\nCele doua relatii nu se pot compune\n');
end
```

```
% Compunerea max-min
R = input('Introduceti matricea R:');
S = input('Introduceti matricea S:');
[m, n] = size(R);
[a, b] = size(S);
if(n == a)
    for i = 1:m
        for j = 1:b
            c = R(i,:);
            d = S(:,j);
            f=d';
            e = min(c,f);
            h(i,j) = max(e);
        end
    end
    display('Matricea compusa prin metoda max-prod este:');
    display(h);
else
    display('\nCele doua relatii nu se pot compune\n');
end
```

$$R = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.3 \\ 0.3 & 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.3 \\ 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1.0 & 0.6 & 0.3 \\ 0.3 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Max-min

$$S_{\max-min} = [0.3 \quad 0.6 \quad 0.9 \quad 0.9 \quad 0.6 \quad 0.3]$$

Max-prod

$$S_{\max-prod} = [0.3 \quad 0.6 \quad 0.81 \quad 0.9 \quad 0.6 \quad 0.3]$$

Problema 5.

Să se calculeze $R = R_1 \oplus R_2$ pentru relațiile fuzzy R_1 și R_2 date prin matricile relaționale:

$$R_1 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 1 & 0.7 \\ 0.3 & 0.5 & & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$R_2 = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 1 & 0.8 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0.7 & 1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.8 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\text{Indicație: } R = R_1 \oplus R_2 = \frac{1}{2} \max\{\mu_{R_1}(x, y) + \mu_{R_2}(y, z)\}$$

$$R = R_1 \oplus R_2 = \begin{bmatrix} 0.70 & 0.85 & 0.65 & 0.75 \\ 0.60 & 1.00 & 0.65 & 0.90 \\ 0.90 & 0.65 & 0.85 & 1.00 \end{bmatrix}$$

Problema 6.

Fie matricile relaționale

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.3 & 0.6 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0.7 & 0.5 & 0.9 \\ 0.3 & 0.7 & 1 & 0.6 & 0 \\ 0.6 & 0.5 & 0.6 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0.9 & 0 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \text{ și } Q = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.4 & 0.5 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.4 & 0.5 & 0.9 \\ 0.4 & 0.4 & 1 & 0.4 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 & 0.4 & 1 & 0.5 \\ 0.8 & 0.9 & 0.4 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Scrieți un program Matlab care să verifice dacă:

- matricea relațională R este reflexivă sau nu;
- matricea relațională R este matrice de toleranță sau nu;
- matricea relațională P este simetrică sau nu;
- matricea relațională P este tranzitivă sau nu;
- matricea relațională Q este matrice de echivalență sau nu.

Indicații:

```
% Reflexivitatea
r = input('\nIntroduceti matricea R = ');
sum1 = 0;
[m, n] = size(r);
if(m == n)
    for i=1:m
        %to find the reflexivity
        if(r(1,1) == r(i,i) && r(1,1) == 1)
            else
                fprintf('\nRelatia fuzzy nu este reflexiva\n');
                sum1 = 1;
                break;
            end
        end
    end
    if(sum1 ~= 1)
        fprintf('\nRelatia fuzzy este reflexiva\n');
    end
end
```

```
% Simetria
r = input('\nIntroduceti matricea R = ');
sum = 0;
for i = 1:m
    for j = 1:n
        if(r(i,j) == r(j,i))
            else
                fprintf('\nRelatia fuzzy nu este simetrica\n');
                sum = 1;
                break;
            end
        end
    end
end
```

```

        end
    end
    if(sum == 1)
        break;
    end
end
if(sum ~= 1)
    fprintf('\nRelatia fuzzy este simetrica\n');
end

```

```

% Toleranta
r = input('\nIntroduceti matricea R = ');
sum = 0;
sum1 = 0;
[m, n] = size(r);
if(m == n)
    for i = 1:m
        if(r(1,1) == r(i,i) && r(1,1) == 1)
            else
                fprintf('\nRelatia fuzzy nu este reflexiva\n');
                sum1 = 1;
                break;
            end
        end
    end
    if(sum1 ~= 1)
        fprintf('\nRelatia fuzzy este reflexiva si');
    end
    for i = 1:m
        for j = 1:n
            if(r(i,j) == r(j,i))
                else
                    fprintf(' nu este simetrica ');
                    sum = 1;
                    break;
                end
            end
        end
        if(sum == 1)
            break;
        end
    end
    if(sum ~= 1)
        fprintf(' simetrica ');
    end
end
if(sum1 ~= 1)
    if(sum ~= 1)
        fprintf('\n => Relatia fuzzy este o relatie de toleranta\n');
    else
        fprintf('\nRelatia fuzzy nu este o relatie de toleranta\n');
    end
else
    fprintf('\nRelatia fuzzy nu este o relatie de toleranta\n');
end

```

```

% Tranzitivitatea
r = input('\nIntroduceti matricea R = ');
sum2 = 0;
[m, n] = size(r);
for i = 1:m
    for j = 1:n
        for k = n:1
            lambda1 = r(i,j);
            lambda2 = r(j,k);
            lambda3 = r(i,k);
            p = min(lambda1, lambda2);
            if(lambda3 <= p)
                fprintf('\nRelatia fuzzy nu este tranzitiva');
                sum2 = 1;
                break;
            end
        end
    end
    if(sum2 == 1)
        break;
    end
end

```

```

        if(sum2 == 1)
            break;
        end
    end
end
if(sum2 ~= 1)
    fprintf('\nRelatia fuzzy este tranzitiva\n');
end

```

```

% Echivalenta
r = input('\nIntroduceti matricea R = ');
sum = 0;
sum1 = 0;
sum2 = 0;
[m, n] = size(r);
if(m == n)
    for i = 1:m
        if(r(1,1) == r(i,i) && r(1,1) == 1)
            else
                fprintf('\nRelatia fuzzy nu este reflexiva');
                sum1 = 1;
                break;
            end
        end
    end
    if(sum1 ~= 1)
        fprintf('\nRelatia fuzzy este reflexiva');
    end
    for i = 1:m
        for j = 1:n
            if(r(i,j) == r(j,i))
                else
                    fprintf('\nRelatia fuzzy nu este simetrica');
                    sum = 1;
                    break;
                end
            end
        end
        if(sum == 1)
            break;
        end
    end
    if(sum ~= 1)
        fprintf('\nRelatia fuzzy este simetrica');
    end
end
for i = 1:m
    for j = 1:n
        for k = n:1
            lambda1 = r(i,j);
            lambda2 = r(j,k);
            lambda3 = r(i,k);
            p=min(lambda1, lambda2);
            if(lambda3 <= p)
                fprintf('\nRelatia fuzzy nu este tranzitiva');
                sum2 = 1;
                break;
            end
        end
        if(sum2 == 1)
            break;
        end
    end
end
if(sum2==1)
    break;
end
end
if(sum2 ~= 1)
    fprintf('\nRelatia fuzzy este tranzitiva');
end
if(sum1 ~= 1)
    if(sum ~= 1)
        if(sum2 ~= 1)
            fprintf('\nRelatia fuzzy este o relatie de echivalenta');
        else
            fprintf('\nRelatia fuzzy nu este o relatie de echivalenta');
        end
    else
        fprintf('\nRelatia fuzzy nu este o relatie de echivalenta');
    end
end

```



```

end
else
    fprintf('\nRelatia fuzzy nu este o relatie de echivalenta');
end

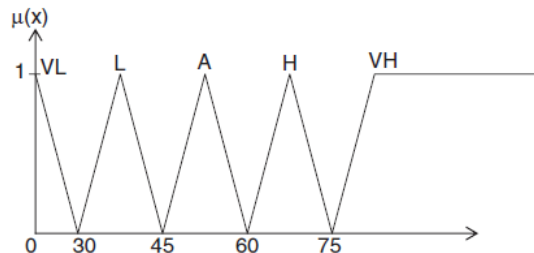
```

Problema 7.

Se consideră universul de discurs al greutateii unor persoane măsurată în kg.
Se identifică variabila lingvistică **Greutate** identificată prin:

Foarte ușor (VL)	$w \leq 30$
Ușor (L)	$30 < w \leq 45$
Mediu (A)	$45 < w \leq 60$
Greu (H)	$60 < w \leq 75$
Foarte greu (VH)	$w > 75$

Reprezentarea grafică folosind funcții de apartenență triunghiulare este următoarea:



Folosindu-vă propria intuiție și propriile definiții ale universului de discurs reprezentați grafic funcția de apartenență a următoarelor variabile:

- | | |
|--|--|
| <p>i) Înălțimea coloanei de lichid într-un vas</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Foarte plin; b) Plin; c) Mediu; d) Scăzut; e) Foarte scăzut. | <p>ii) Vârsta</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Foarte tânăr; b) Tânăr; c) De vârstă mijlocie; d) Bătrân; e) Foarte bătrân. |
|--|--|

Problema 8.

Se consideră controlul vitezei unui motor de curent continuu. Două dintre variabile sunt viteza măsurată în RPM și cuplul T rezultând următoarele două funcții fuzzy de apartenență:

$$S = \left\{ \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.6}{x_2} + \frac{0.8}{x_3} + \frac{0.6}{x_4} + \frac{0.4}{x_5} \right\}$$

și

$$T = \left\{ \frac{0.3}{y_1} + \frac{0.5}{y_2} + \frac{0.6}{y_3} + \frac{1.0}{y_4} + \frac{0.8}{y_5} + \frac{0.3}{y_6} + \frac{0.2}{y_7} \right\}$$

- a) Să se găsească relația fuzzy dintre cele două variabile S și T: $R = S \times T$.

- b) Se dă și variabila fuzzy I reprezentând curentul indus $I = \begin{bmatrix} z_1 \\ y_1 & 0.4 \\ y_2 & 0.5 \\ y_3 & 0.6 \\ y_4 & 0.3 \\ y_5 & 0.7 \\ y_6 & 0.6 \\ y_7 & 1.0 \end{bmatrix}$.

Să se găsească $Q = R \circ I$ utilizând compunerea max-min și max-prod.

Problema 9.

Cele trei variabile de interes ale unui tranzistor MOSFET sunt: intensitatea curentului I , tensiunea V și costul C . Se dau următoarele funcții de apartenență pentru tranzistor:

$$I = \left\{ \frac{0.4}{0.8} + \frac{0.7}{0.9} + \frac{1}{1} + \frac{0.8}{1.1} + \frac{0.6}{1.2} \right\}$$

$$V = \left\{ \frac{0.2}{30} + \frac{0.8}{45} + \frac{1}{60} + \frac{0.9}{75} + \frac{0.7}{90} \right\}$$

$$C = \left\{ \frac{0.4}{0.5} + \frac{1}{0.6} + \frac{0.5}{0.7} \right\}$$

- a) Să se calculeze produsul cartezian $P = V \times Y$
 b) Să se calculeze produsul cartezian $T = I \times C$
 c) Folosind compunerea max-min să se calculeze $E = P \circ T$
 d) Folosind compunerea max-prod să se calculeze $E = P * T$

Problema 10.

Găsiți relația dintre cele două seturi fuzzy R_1 și R_2 folosind:

- a) Compunerea max-min;
 b) Compunerea max-prod;
 c) Compunerea max-average.

$$R_1 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ x_1 & 0.3 & 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ x_2 & 0.1 & 1 & 0.2 & 0.1 \end{matrix}$$

$$R_2 = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 \\ y_1 & 0.9 & 0.1 & 1 \\ y_2 & 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ y_3 & 0.6 & 0.8 & 0.5 \\ y_4 & 0.1 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Problema 11.

Găsiți relația dintre cele două seturi fuzzy utilizând metoda de compunere max-average:

$$A = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.1 & 0.5 & 0.6 \\ x_2 & 0.4 & 0.8 & 0.3 \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} & z_1 & z_2 \\ y_1 & 0.4 & 0.8 \\ y_2 & 0.6 & 0.5 \\ y_3 & 1 & 0.8 \end{matrix}$$

Problema 12.

Utilizând compunerea max-min să se determine matricea relațională dintre R_1 și R_2 :

$$R_1 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \\ x_1 & 0.1 & 0.2 & 0.1 & 1 & 0.8 \\ x_2 & 0.4 & 0.5 & 0 & .2 & 1 \\ x_3 & 0.9 & 0.2 & 0.4 & 0.3 & 0.2 \end{matrix}$$

$$R_2 = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ y_1 & 0.8 & 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ y_2 & 0.3 & 0.9 & 0.8 & 0.1 \\ y_3 & 1 & 0.2 & 0.6 & 0.1 \\ y_4 & 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0 \\ y_5 & 0.1 & 1 & 0.8 & 0.7 \end{matrix}$$

Problema 13.

Să se discute proprietatea de reflexivitate pentru următoarea relație fuzzy:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.3 \\ 0.4 & 0.5 & 0.8 \\ 0.7 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

Problema 14.

Să se verifice dacă matricea următoare este matricea unei relații de echivalență sau nu:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.4 & 0.5 & 0.6 \\ 0.5 & 1 & 0.4 & 0.3 & 0.9 \\ 0.4 & 0.2 & 1 & 0.4 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.4 & 0.9 & 0.4 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$$

Problema 15.

Se consideră un sistem simplu de inferență cu două intrări și o ieșire, având o singură regulă:

$$R : \text{IF } (X_1 \text{ este } A_1 \text{ AND } X_2 \text{ este } A_2) \text{ THEN } Y \text{ este } B$$

unde A_1 , A_2 și B sunt mulțimi fuzzy triunghiulare date de $\mu_{A_1}(x) = f_{\text{tri}}(x; 0, 2, 4)$, $\mu_{A_2}(x) = f_{\text{tri}}(x; 3, 4, 5)$, respectiv $\mu_B(x) = f_{\text{tri}}(x; 0, 2, 6)$, definite pe intervalul $[0, 6]$. În acest sistem de inferență se consideră operatorul standard pentru conjuncție (min).

La intrarea sistemului de inferență se aplică $X_1 = 3$ și $X_2 = 4$.

Indicații:

Se observă că $\mu_{A_1}(3) = 0.5$ și $\mu_{A_2}(4) = 1$, astfel că valoarea de adevăr a propoziției „3 este A_1 AND 4 este A_2 ” este $i = \min\{\mu_{A_1}(3), \mu_{A_2}(4)\} = 0.5$.

Aplicând **implicația Mamdani** $I_M(i, c) = \min\{i, c\}$ pentru $i = 0.5$, concluzia corespunzătoare regulii R se obține ca fiind mulțimea fuzzy C_M cu funcția de apartenență:

$$\mu_{C_M} : [0, 6] \rightarrow [0, 1], \quad \mu_{C_M}(z) = \min\{\min\{\mu_{A_1}(3), \mu_{A_2}(4)\}, \mu_B(z)\}.$$

Aplicând **implicația Larsen** $I_L(i, c) = i \cdot c$ pentru $i = 0.5$ se obține concluzia corespunzătoare regulii R ca fiind mulțimea fuzzy C_L cu funcția de apartenență:

$$\mu_{C_L} : [0, 6] \rightarrow [0, 1], \quad \mu_{C_L}(z) = \min\{\mu_{A_1}(3), \mu_{A_2}(4)\} \cdot \mu_B(z).$$

Prin defuzzificarea mulțimilor C_M și C_L prin cinci metode prezentate mai sus se obțin valorile următoare:

- metoda centrului de greutate al ariei: $z_{COA}(C_M) = 2.778$, $z_{COA}(C_L) = 2.667$;
- metoda bisectoarei ariei: $z_{BOA}(C_M) = 2.75$, $z_{BOA}(C_L) = 2.55$;
- metoda mediei maximelor: $z_{MOM}(C_M) = 2.50$, $z_{MOM}(C_L) = 2$;
- metoda minimului maximelor: $z_{SOM}(C_M) = 1$, $z_{SOM}(C_L) = 2$;
- metoda maximului maximelor: $z_{LOM}(C_M) = 4$, $z_{LOM}(C_L) = 2$.

Figura 4 ilustrează grafic aplicarea operatorilor fuzzy considerați.

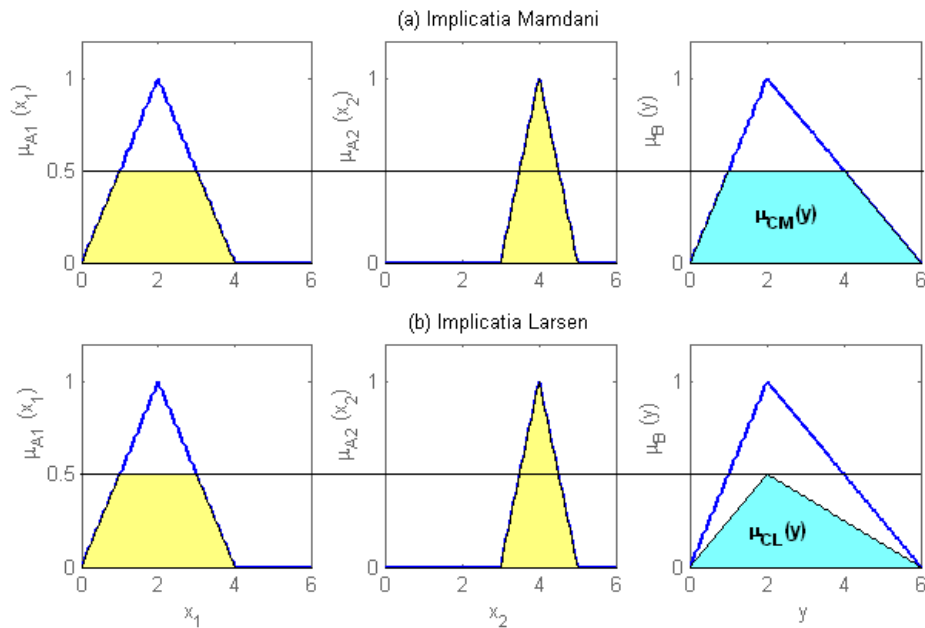


Figura 4. Reprezentarea grafică a aplicării implicației (a) Mamdani și (b) Larsen pentru regula R dacă $X_1 = 3$ și $X_2 = 4$.

Figura 5 prezintă graficele funcțiilor de apartenență ale mulțimilor C_M (sus) și C_L (jos) precum și rezultatele defuzzificării acestora prin cele cinci metode.

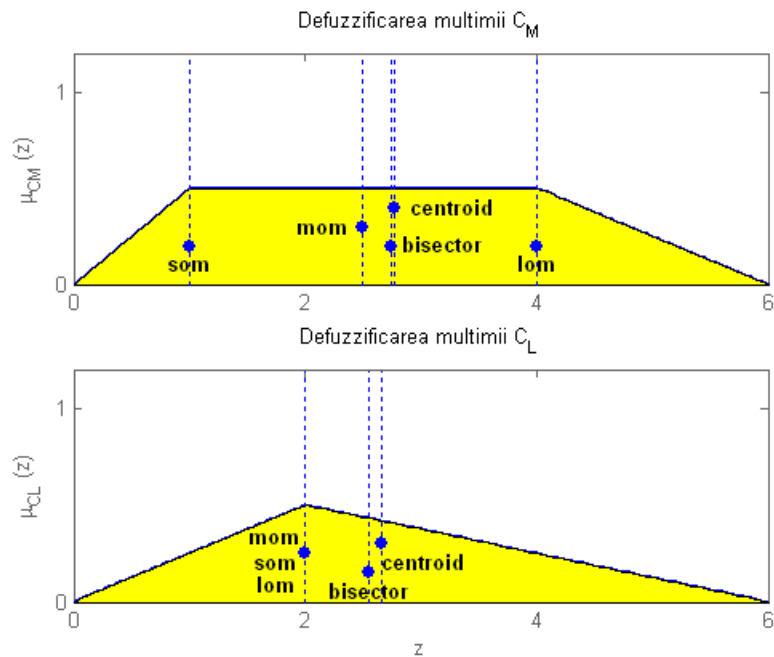


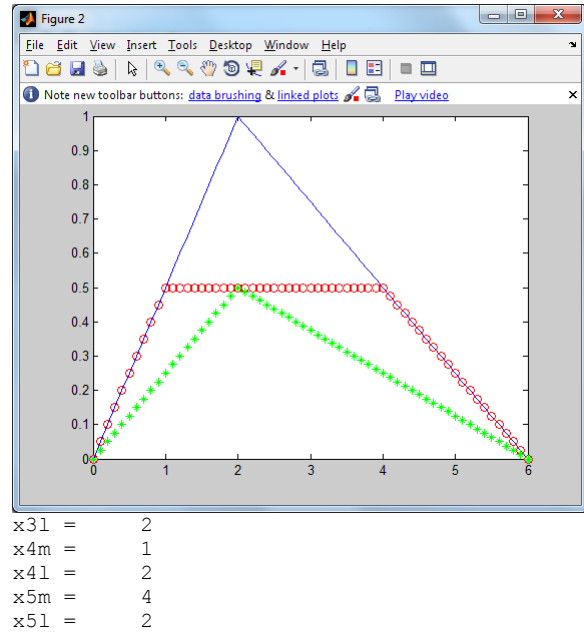
Figura 5. Defuzzificarea mulțimilor C_M și C_L .

Scrieți codul matlab pentru implementarea celor cinci metode de defuzzyficare.

```
x = 0:0.1:6;
mf1 = trimf(x,[0 2 4]);
mf2 = trimf(x,[3 4 5]);
mf3 = trimf(x,[0 2 6]);
mfM = min(0.5, mf3);
mfL = 0.5 * mf3;
figure(1);
```

```
plot(x, mfl, '-b', x, mf2, 'or', x, mf3,
'*g');
figure(2);
plot(x, mf3, '-b', x, mfm, 'or', x, mfl,
'*g');
% Metoda centroidului
x1m = defuzz(x, mfm, 'centroid')
x1l = defuzz(x, mfl, 'centroid')
% Metoda bisectoarei ariei
x2m = defuzz(x, mfm, 'bisector')
x2l = defuzz(x, mfl, 'bisector')
% Metoda mediei maximelor
x3m = defuzz(x, mfm, 'mom')
x3l = defuzz(x, mfl, 'mom')
% Metoda minimului maximelor
x4m = defuzz(x, mfm, 'som')
x4l = defuzz(x, mfl, 'som')
% Metoda maximului maximelor
x5m = defuzz(x, mfm, 'lom')
x5l = defuzz(x, mfl, 'lom')
```

x1m = 2.7778
x1l = 2.6667
x2m = 2.7000
x2l = 2.5000
x3m = 2.5000



$$1. \text{ Metoda centroidului}$$

$$z_M = \frac{0 \cdot 0 + 1 \cdot 0.5 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0.5 + 4 \cdot 0.5 + 5 \cdot 0.25 + 6 \cdot 0}{0 + 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.25 + 0} = \frac{6.25}{2.25} = \frac{25}{9} = 2.77$$

$$z_L = \frac{0.5 \cdot (0 + 1 \cdot 0.5 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0.75 + 4 \cdot 0.5 + 5 \cdot 0.25 + 0)}{0.5 \cdot (0 + 0.5 + 1 + 0.75 + 0.5 + 0.25 + 0)} = \frac{8}{3} = 2.66$$

$$2. \text{ Metoda bisectoarei ariei}$$

$$A_{tM} = \frac{(3 + 6) \cdot 0.5}{2} = \frac{4.5}{2} = 2.2; \frac{A_{tM}}{2} = 1.125;$$

$$A_{1M} = 0.25 + 0.5 \cdot x; x = 1.75; z = 1 + x = 1 + 1.75 = 2.75; \rightarrow z_M = 2.75$$

$$A_{tL} = \frac{6 \cdot 0.5}{2} = 1.5; \frac{A_{tL}}{2} = 0.75;$$

$$\begin{cases} \frac{(6-x)h}{2} = \frac{1.5}{2} \\ \frac{x(h+0.5)}{2} = 0.25 \end{cases}; \leftrightarrow \begin{cases} 6h - hx = 1.5 \\ 0.5x + hx = 0.5 \end{cases}; \rightarrow 6h + 0.5x = 2; \rightarrow x = 4 - 12h;$$

$$12h^2 + 2h - 1.5 = 0; \Delta = 304; \sqrt{\Delta} = 17.43$$

$$h = \frac{-4 + 17.43}{48} = 0.27;$$

$$x = 4 - 12 \cdot 0.27 = 0.64;$$

$$z_L = 2.64.$$

$$3. \text{ Metoda centrului maximelor}$$

$$M_M = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$z_M = \frac{1}{2}(1 + 4) = 2.5$$

$$M_L = \{2\}$$

$$z_L = \frac{1}{2}(2 + 2) = 2$$

$$4. \text{ Metoda minimului maximelor}$$

$$z_M = 1$$

$$z_L = 2$$

$$5. \text{ Metoda maximului maximelor}$$

$$z_M = 4$$

$$z_L = 2$$

Problema 16.

Se consideră un sistem de inferență TSK de ordinul zero cu două intrări și o ieșire, având două reguli:

$$R_1: \text{IF } (X_1 \text{ este } A_{1,1} \text{ AND } X_2 \text{ este } A_{1,2}) \text{ THEN } y = -1$$

$$R_2: \text{IF } (X_1 \text{ este } A_{2,1} \text{ AND } X_2 \text{ este } A_{2,2}) \text{ THEN } y = 1$$

unde $A_{1,1}$, $A_{1,2}$, $A_{2,1}$ și $A_{2,2}$ sunt mulțimi fuzzy trapezoidale definite pe intervalul $[0, 6]$ prin $\mu_{A_{1,1}}(x) = \mu_{A_{2,2}}(x) = f_{\text{trap}}(x; 0, 0, 1, 6)$, $\mu_{A_{1,2}}(x) = \mu_{A_{2,1}}(x) = f_{\text{trap}}(x; 0, 5, 6, 6)$.

Indicații:

La intrarea sistemului de inferență se aplică $X_1 = 2$ și $X_2 = 3$. Utilizând reprezentarea grafică din figura 6, se observă că $\mu_{A_{1,1}}(2) = 0.8$, $\mu_{A_{1,2}}(3) = 0.6$, $\mu_{A_{2,1}}(2) = 0.4$ și $\mu_{A_{2,2}}(3) = 0.6$. Ieșirile celor două reguli sunt $y_1 = -1$ și $y_2 = 1$

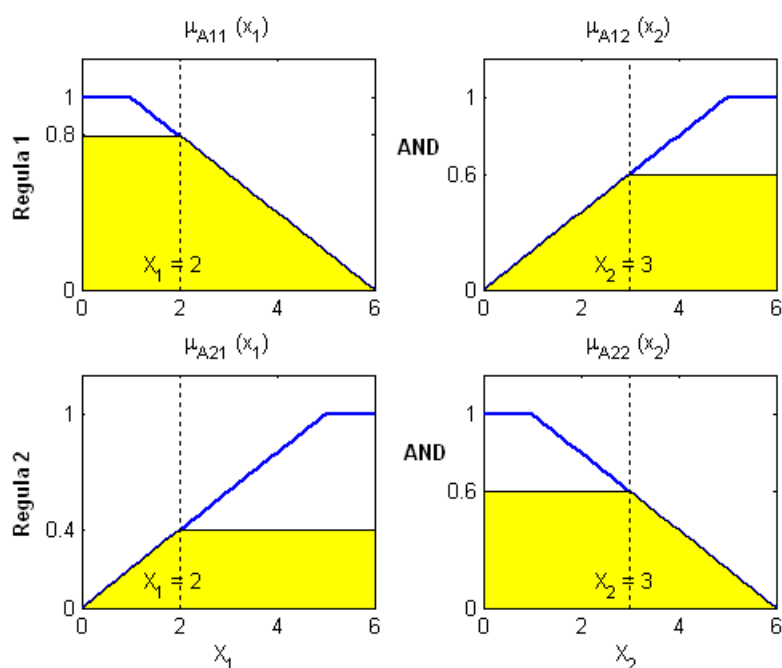


Figura 6. Reprezentarea grafică a funcțiilor de apartenență ce intervin în regulile sistemului de inferență de tip TSK.

Considerând operatorul standard pentru conjuncție (min), valoarea de adevăr a propoziției „2 este $A_{1,1}$ AND 4 este $A_{1,2}$ ” este $w_1 = \min\{\mu_{A_{1,1}}(2), \mu_{A_{1,2}}(3)\} = 0.6$, iar cea a propoziției „2 este $A_{2,1}$ AND 4 este $A_{2,2}$ ” este $w_2 = \min\{\mu_{A_{2,1}}(2), \mu_{A_{2,2}}(3)\} = 0.4$. Ieșirile sistemului TSK corespunzătoare celor două metode de ponderare a ieșirilor individuale ale regulilor sunt:

$$y_{WS} = w_1 y_1 + w_2 y_2 = 0.6 \cdot (-1) + 0.4 \cdot 1 = -0.2,$$

$$y_{WA} = \frac{w_1 y_1 + w_2 y_2}{w_1 + w_2} = \frac{0.6 \cdot (-1) + 0.4 \cdot 1}{0.6 + 0.4} = -0.2.$$

Dacă în sistemul de inferență considerat se utilizează produsul algebric ca operator logic de conjuncție, ponderile regulilor R_1 și R_2 sunt $\tilde{w}_1 = \mu_{A_{1,1}}(2) \cdot \mu_{A_{1,2}}(3) = 0.48$, respectiv

$\tilde{w}_2 = \mu_{A_{2,1}}(2) \cdot \mu_{A_{2,2}}(3) = 0.24$. În această situație ieșirile sistemului TSK corespunzătoare celor două metode de ponderare a ieșirilor regulilor sunt:

$$\tilde{y}_{WS} = \tilde{w}_1 y_1 + \tilde{w}_2 y_2 = 0.48 \cdot (-1) + 0.24 \cdot 1 = -0.24,$$

$$\tilde{y}_{WA} = \frac{\tilde{w}_1 y_1 + \tilde{w}_2 y_2}{\tilde{w}_1 + \tilde{w}_2} = \frac{0.48 \cdot (-1) + 0.24 \cdot 1}{0.48 + 0.24} = -\frac{1}{3}.$$

Problema 17.

Se consideră sistemul având funcția de transfer $G(s) = e^{-s} \frac{1.2}{10s+1}$ (element de ordinul I cu timp mort). Pentru controlul acestui proces cu un regulator fuzzy de tip PD se consideră modelul Simulink prezentat în figura 7, realizat după modelul general din figura 3. Regulatorul fuzzy are două intrări: eroarea e și derivata erorii, $\dot{e}$, scalate cu factorii $K_p = 0.25$ și, respectiv, $K_d = 1.50$, furnizând la ieșire derivata comenzii, $\dot{u}$.

Indicații:

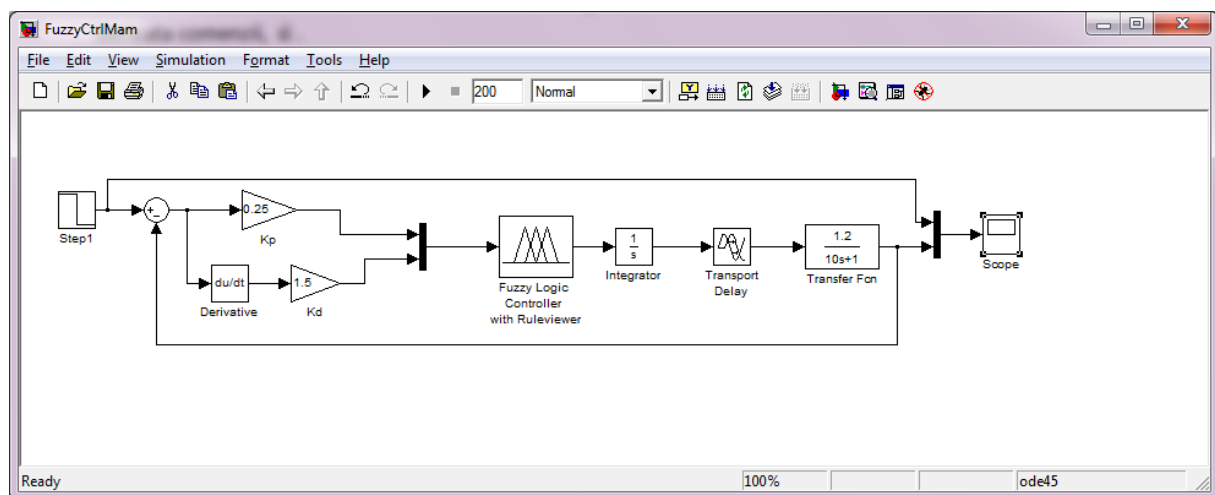


Figura 7. Modelul Simulink al sistemului studiat.

Pentru caracterizarea mărimilor de intrare (eroare scalată E , derivata erorii scalată DE) se utilizează câte doi termeni lingvistici: *negativ* (*Neg*) și *pozitiv* (*Poz*), considerați mulțimi fuzzy trapezoidale având funcțiile de apartenență (figura H.2.4):

$$\mu_{\text{neg}}(x) = f_{\text{trap}}(x; -2.8, -2, -0.8, 0.8), \quad \mu_{\text{poz}}(x) = f_{\text{trap}}(x; -0.8, 0.8, 2, 2.8).$$

Pentru caracterizarea mărimii de ieșire (derivata comenzii du) se utilizează trei termenii lingvistici: *negativ* (*Neg*), *pozitiv* (*Poz*) și *zero* (*Zero*), considerați mulțimi fuzzy triunghiulare având funcțiile de apartenență (figura H.2.5):

$$\mu_{\text{neg}}(x) = f_{\text{tri}}(x; -2, -1, 0), \quad \mu_{\text{poz}}(x) = f_{\text{tri}}(x; 0, 1, 2), \quad \mu_{\text{zero}}(x) = f_{\text{tri}}(x; -1, 0, 1).$$

Intervalul de interes pentru cele trei mărimi utilizate în această aplicație este $[-1, 1]$.

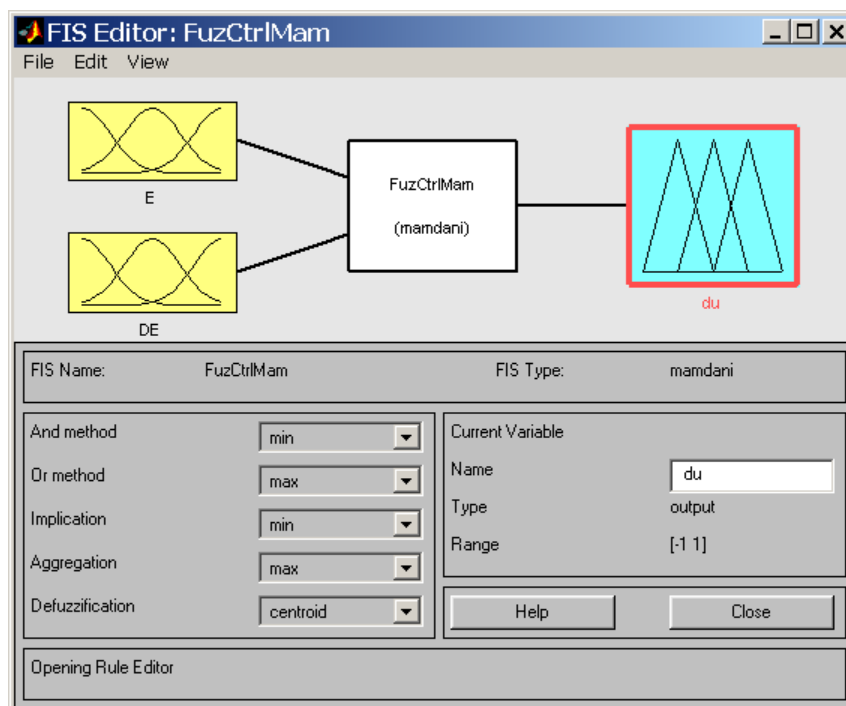


Figura 8. Sistemul de inferență de tip Mamdani.

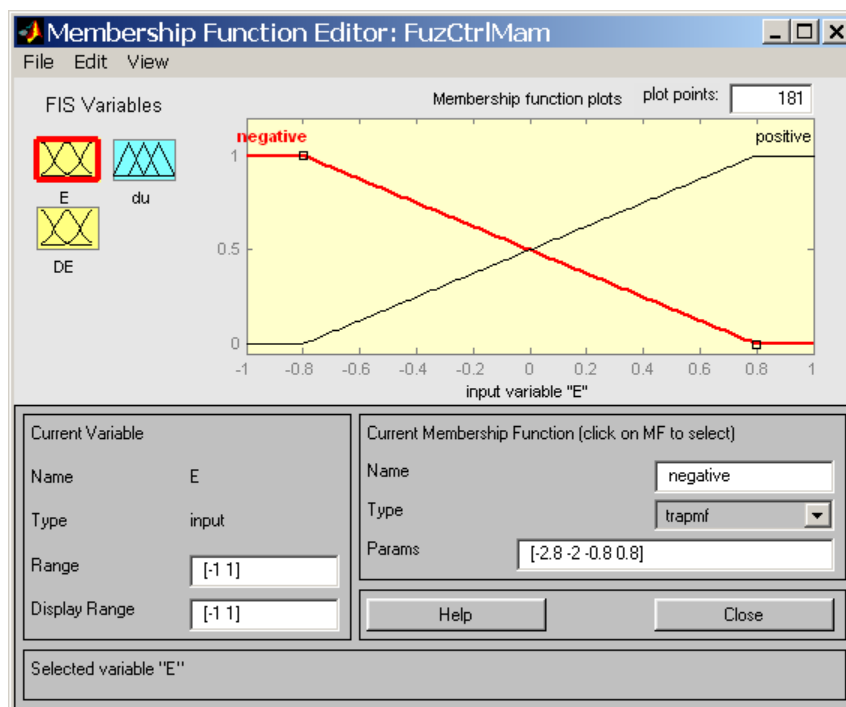


Figura 9. Termenii lingvistici corespunzători mărimilor de intrare.

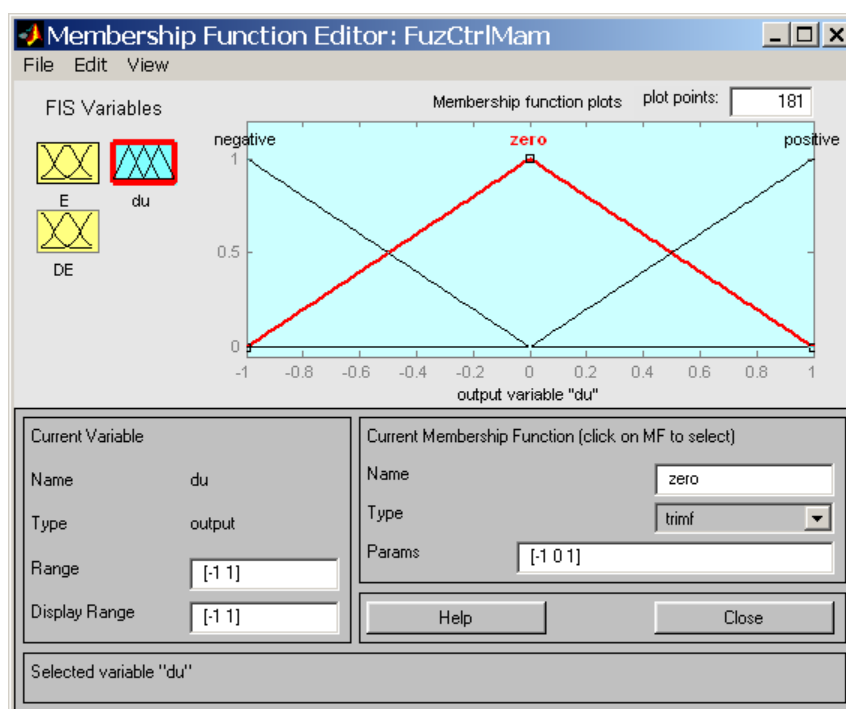


Figura 10. Termenii lingvistici corespunzători mărimii de ieșire.

Pentru regulatorul de tip Mamdani se consideră cele patru reguli reprezentate în tabelul H.2.1 și figura H.2.6, și anume:

R_1 : IF E este Poz AND DE este Poz THEN du este Poz

R_2 : IF E este poz AND DE este Neg THEN du este Zero

R_3 : IF E este Neg AND DE este Poz THEN du este Zero

R_4 : IF E este Neg AND DE este Neg THEN du este Neg

Tabelul 1. Tabelul de inferență pentru regulatorul fuzzy de tip Mamdani.

E \ DE	N	P
	N	P
N	N	Z
P	Z	P

Așa cum se poate observa în figura 7, în FIS de tip Mamdani implementat se utilizează operatorii logici fuzzy standard și defuzzificarea rezultatului se realizează prin metoda centrului de greutate. Reprezentarea grafică a acestor reguli este prezentată în figura 12.

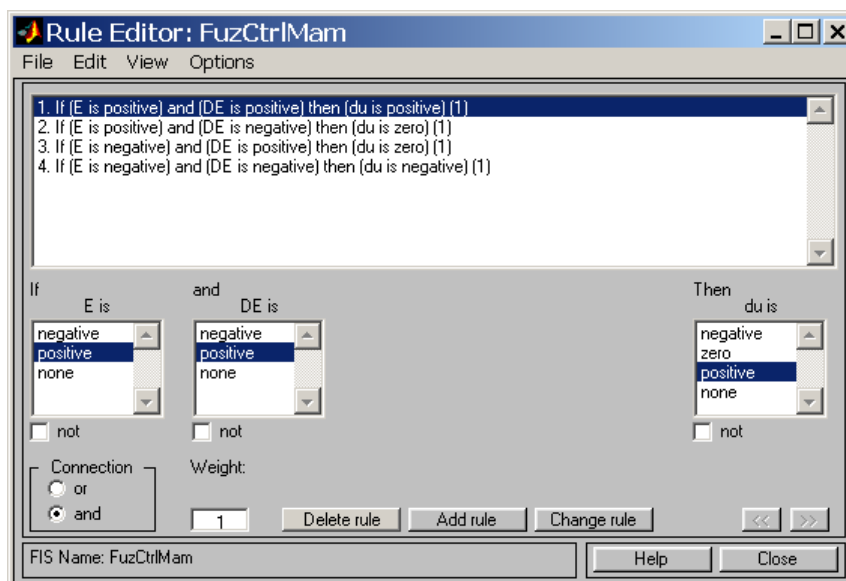


Figura 11. Baza de reguli a regulatorului fuzzy de tip Mamdani.

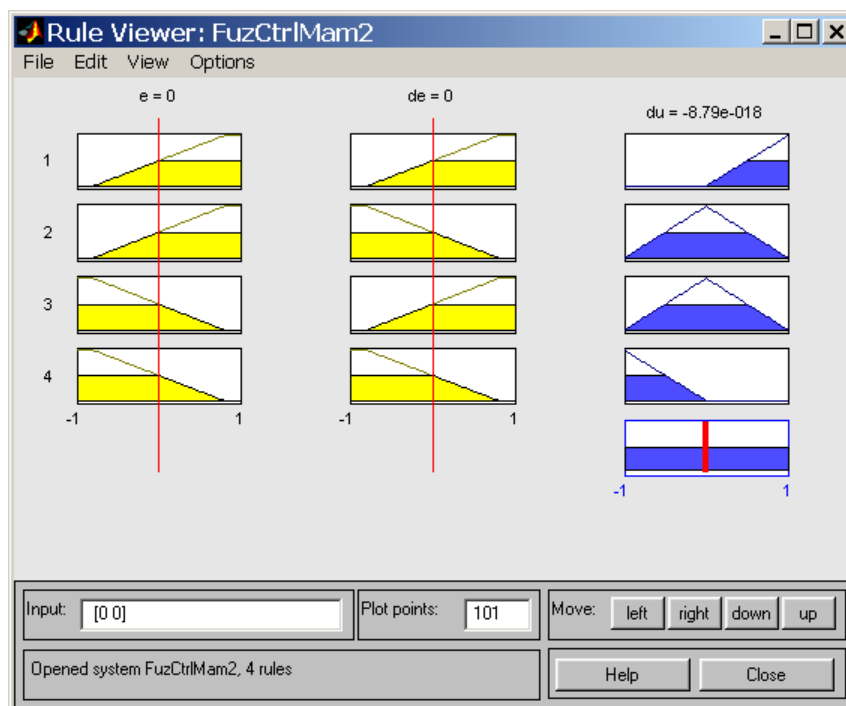


Figura 12. Vizualizarea grafică a regulilor FIS de tip Mamdani.

Figura 13 prezintă reprezentarea grafică a dependenței ieșirii de cele două intrări pentru acest FIS de tip Mamdani.

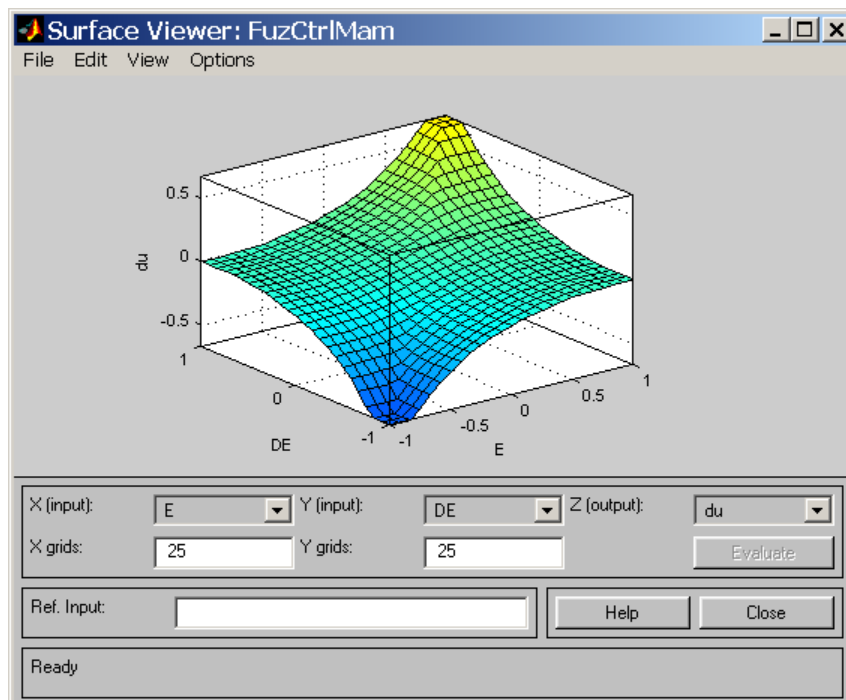


Figura 13. Reprezentarea grafică a dependenței ieșirii de cele două intrări pentru FIS de tip Mamdani.

Figura 14.a prezintă reprezentarea grafică a referinței și ieșirii procesului considerat dacă se utilizează un regulatorul fuzzy de tip Mamdani prezentat anterior.

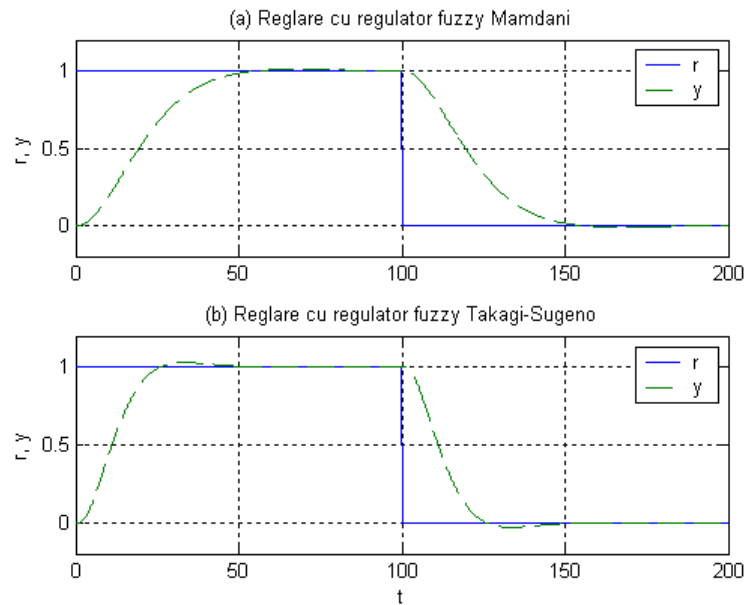


Figura 14. Reprezentarea grafică a referinței și ieșirii procesului dacă se utilizează un regulator fuzzy (a) de tip Mamdani și (b) de tip TSK.

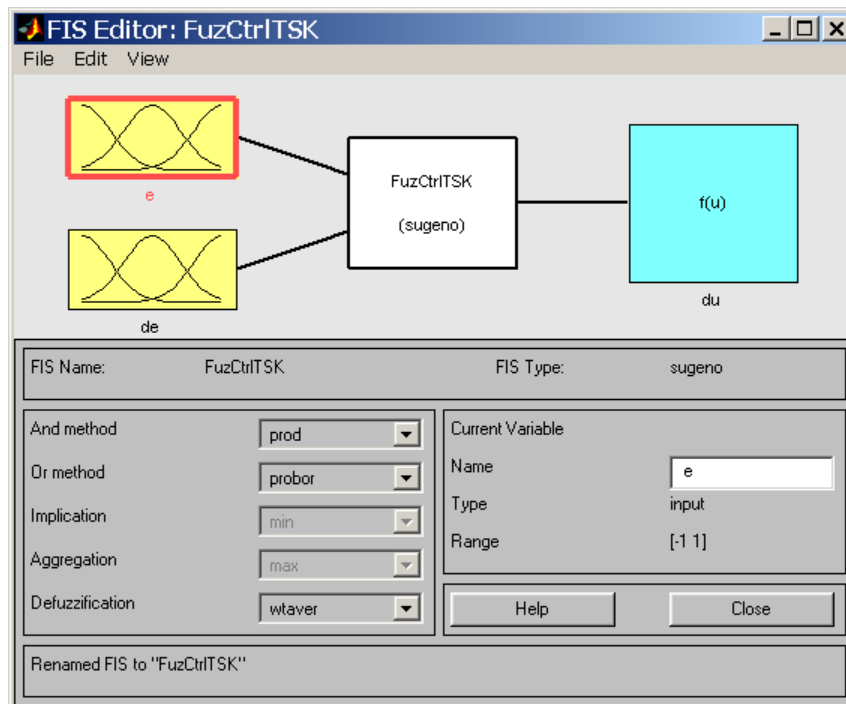


Figura 15. Sistemul de inferență de tip Takagi-Sugeno utilizat.

Pentru a ilustra modul de implementare în MATLAB a unui regulator fuzzy de tip TSK de ordin zero considerăm același proces, condus de un regulator de tip PID. Se utilizează aceleași mărimi de intrare în FIS (figura 15), caracterizate prin aceiași termeni lingvistici ca și în cazul utilizării FIS de tip Mamdani. Pentru mărimea de ieșire din FIS se consideră funcțiile constante

$$f_1(E, DE) = 1, f_2(E, DE) = -1, f_3(E, DE) = 0.$$

Pentru regulatorul de tip Mamdani se consideră cele patru reguli reprezentate în tabelul 2 și figura 16, și anume:

R_1 : IF E este Poz AND DE este Poz THEN $du = f_1(E, DE)$

R_2 : IF E este Poz AND DE este Neg THEN $du = f_3(E, DE)$

R_3 : IF E este Neg AND DE este Poz THEN $du = f_3(E, DE)$

R_4 : IF E este Neg AND DE este Neg THEN $du = f_2(E, DE)$

Tabelul 2. Tabelul de inferență pentru regulatorul fuzzy de tip TSK.

E \ DE	N	P
N	$\dot{u} = -1$	$\dot{u} = 0$
P	$\dot{u} = 0$	$\dot{u} = 1$

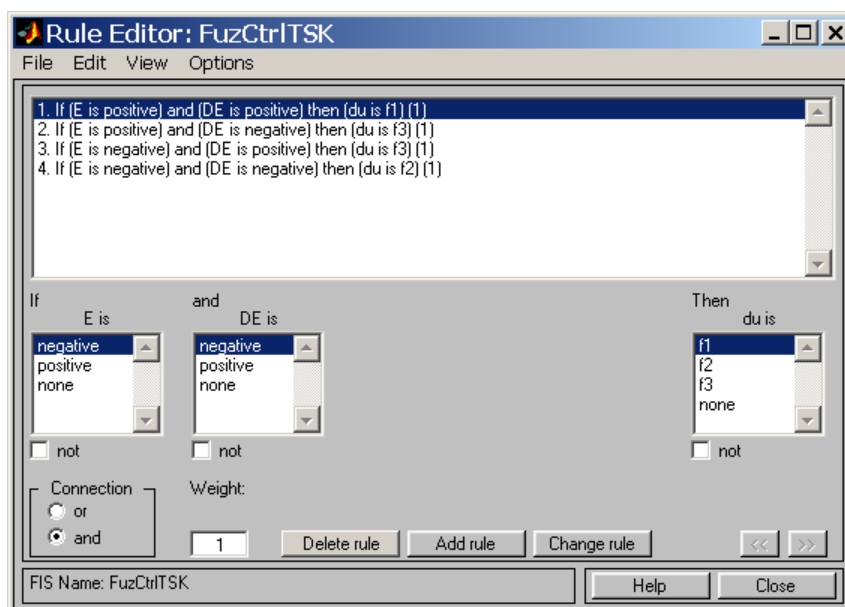


Figura 16. Baza de reguli a regulatorului fuzzy de tip TSK utilizat.

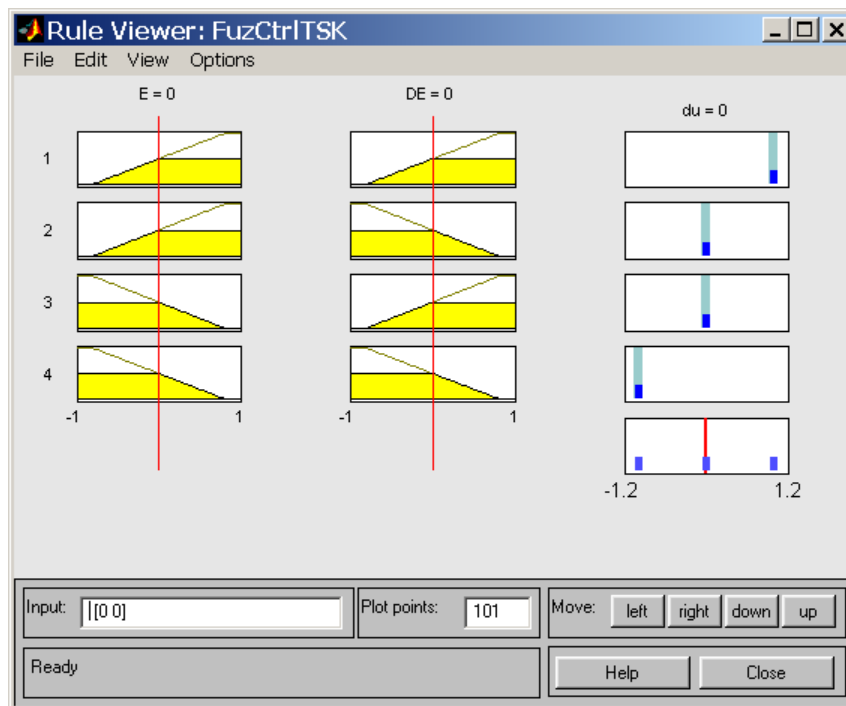


Figura 17. Vizualizarea grafică a regulilor FIS de tip TSK utilizat.

Pentru acest FIS de tip TSK se utilizează operatorii logici fuzzy produs pentru conjuncție și suma algebrică (probabilistic OR) pentru disjuncție (așa cum se poate observa în figura 15). Metoda utilizată pentru defuzzificarea rezultatului este media ponderată a ieșirilor. Figura 17 permite vizualizarea grafică a regulilor acestui sistem de inferență iar figura 18 prezintă grafic dependența ieșirii de cele două intrări.

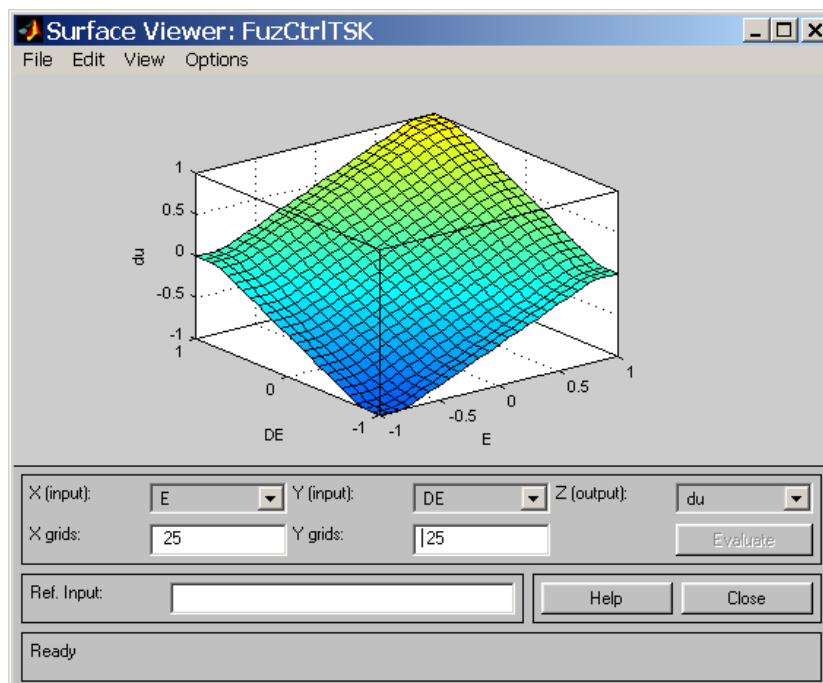


Figura 18. Reprezentarea grafică a dependenței ieșirii de cele două intrări pentru FIS de tip TSK utilizat.

Problema 18.

Utilizând inferența, să se găsească valorile funcției de apartenență pentru I-triunghi isoscel, R-triunghi dreptunghic, O-triunghi oarecare în cazul triunghiului cu unghiurile

- i) $45^\circ, 65^\circ, 70^\circ$;
- ii) $60^\circ, 40^\circ, 80^\circ$;
- iii) $75^\circ, 55^\circ, 50^\circ$.

Indicații:

$$45^\circ, 75^\circ, 60^\circ;$$

$$U = \{x = 75^\circ \geq y = 60^\circ \geq z = 45^\circ, x + y + z = 180^\circ\}$$

$$\mu_I(u) = 1 - \frac{1}{60} \min(x - y, y - z) = 1 - \frac{1}{60} \min(15, 15) = 1 - \frac{15}{60} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$\mu_R(u) = 1 - \frac{1}{90} |x - 90| = 1 - \frac{1}{90} 15 = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} = 0.83$$

$$\mu_O(u) = \min(1 - \mu_I(u), 1 - \mu_R(u)) = \min(0.25, 0.17) = 0.17$$

	i)	ii)	iii)
$\mu_I(u)$	0.91	0.66	0.91
$\mu_R(u)$	0.77	0.88	0.83
$\mu_O(u)$	0.09	0.12	0.09

Problema 19.

Se dau două seturi fuzzy P și Q definite pe X după cum urmează:

$\mu(x)$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
P	0.1	0.2	0.7	0.5	0.4
Q	0.9	0.6	0.3	0.2	0.8

Să se calculeze tăieturile lambda pentru:

- (i) $(\bar{P})_{0.2}$ (iii) $(P \cup Q)_{0.5}$ (v) $(Q \cup \bar{P})_{0.8}$
- (ii) $(\bar{Q})_{0.3}$ (iv) $(P \cap Q)_{0.4}$ (vi) $(P \cup \bar{P})_{0.2}$

Indicații

Tăietura lambda $A_\lambda = \{x | \mu_A(x) \geq \lambda\}$

$$\bar{Q} = \left\{ \frac{0.1}{x_1} + \frac{0.4}{x_2} + \frac{0.7}{x_3} + \frac{0.8}{x_4} + \frac{0.2}{x_5} \right\}$$

$$(\bar{Q})_{0.3} = \left\{ \frac{0}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} + \frac{0}{x_5} \right\}$$

Problema 20.

Pe universul de discurs X, se definesc seturile fuzzy A, B și C având următoarele funcții de apartenență:

- (i) $X = \{0, 1, 2, 3\}$

$$\mu_A(x) = \frac{2}{x+3} \quad \mu_B(x) = \frac{4x}{2(x+5)}$$

- a) Desenați funcțiile de apartenență.
- b) Definiți elementele de pe axa x corespunzătoare tăieturilor λ pe seturile fuzzy A și B pentru următoarele valori ale lui λ : 0.2, 0.5 și 0.6.

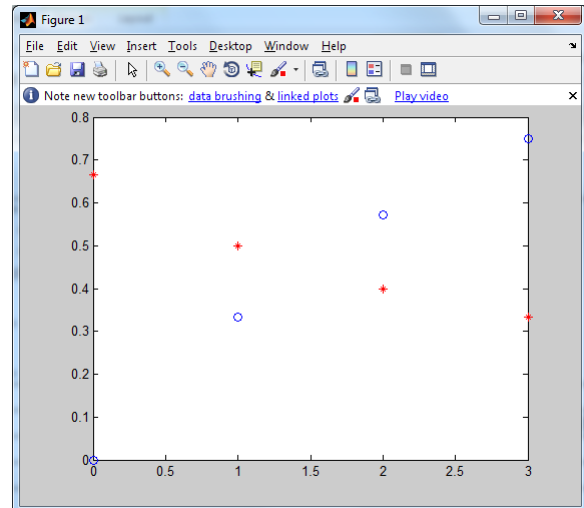
- (ii) $X = [0, 5]$

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1+5(x-5)^2} \quad \mu_B(x) = 2^{-x} \quad \mu_C(x) = \frac{2x}{x+5}$$

- a) Desenați funcțiile de apartenență.
- b) Definiți elementele de pe axa x corespunzătoare tăieturilor λ pe seturile fuzzy A, B și C pentru următoarele valori ale lui λ : 0.2, 0.4, 0.7 și 0.9.

```
x = (0:1:3)';
f1 = 2./(x+3);
f2 = (4*x./(2*(x+5)))';
plot(x, f1, '*r', x, f2, 'ob');
```

```
f1 = 0.6667 0.5000 0.4000 0.3333
f2 = 0 0.3333 0.5714 0.7500
```



x	0	1	2	3
$\mu_A(x)$	0.67	0.50	0.40	0.33
$\mu_B(x)$	0.00	0.33	0.57	0.75

$$\lambda = 0.2$$

$$A_{0.2} = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$B_{0.2} = \{1, 2, 3\}$$

$$\lambda = 0.5$$

$$A_{0.5} = \{0, 1\}$$

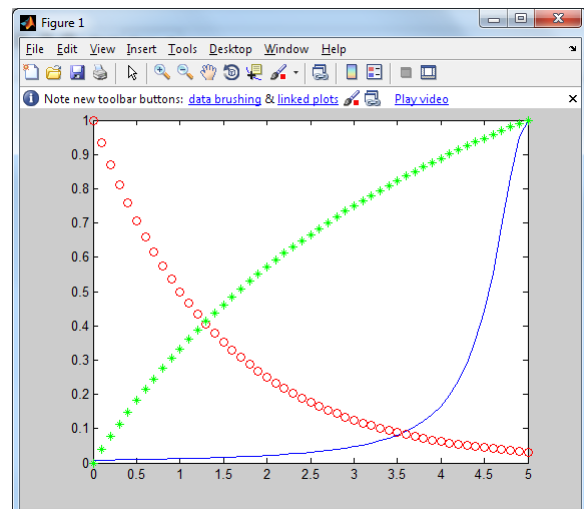
$$B_{0.5} = \{2, 3\}$$

$$\lambda = 0.6$$

$$A_{0.6} = \{0\}$$

$$B_{0.6} = \{3\}$$

```
f1 = 1./(1+5*(x-5).^2);
f2 = 2.^(-x);
f3 = (2*x)./(x+5);
plot(x, f1, '-b', x, f2, 'or', x, f3, '*g');
```



$$\lambda = 0.2$$

$$\frac{1}{1 + 5 \cdot (x - 5)^2} \geq 0.2$$

$$x^2 - 10x + 24.2 \leq 0$$

$$\Delta = 100 - 4 \cdot 24.2 = 100 - 96.8 = 3.2; \sqrt{\Delta} = 1.78$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 1.78}{2} = 5 \pm 0.89 = \begin{cases} 5.89 \\ 4.11 \end{cases}$$

$$x^2 - 10x + 24.2 \leq 0 \text{ pentru } x \in [4.11; 5]$$

$$A_{0.2} = \begin{cases} 0 & x \in [0; 4.11) \\ 1 & x \in [4.11; 5] \end{cases}$$

Problema 21.

Pentru relația fuzzy R

(i)

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0.9 & 0.6 \\ 0.4 & 0.8 & 0.7 \end{bmatrix}$$

 Să se calculeze tăietura lambda pentru următoarele valori ale lui λ : a) 0^+ ; b) 0.2; c) 0.9 și d) 0.5.

(ii)

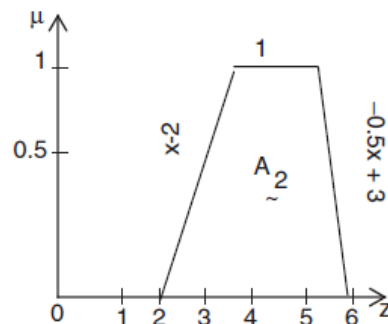
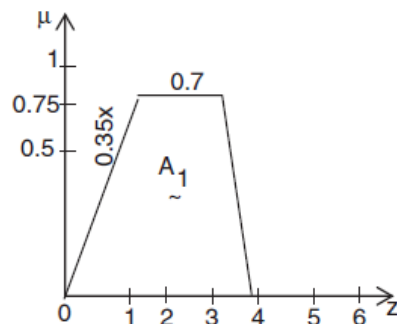
$$R = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.47 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.5 & 0.6 & 1 & 0.8 \\ 0.4 & 0.6 & 0.4 & 0.5 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.3 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

 Să se calculeze tăietura lambda pentru următoarele valori ale lui λ : a) 0.4; b) 0.7 și c) 0.8.

```
clear all;
R=input('Introduceti matricea R = ');
lambda=input('Introduceti valoarea lui lambda = ');
[m, n] = size(R);
for i = 1:m
    for j = 1:n
        if(R(i,j) < lambda)
            b(i,j) = 0;
        else
            b(i,j) = 1;
        end
    end
end
display(b)
```

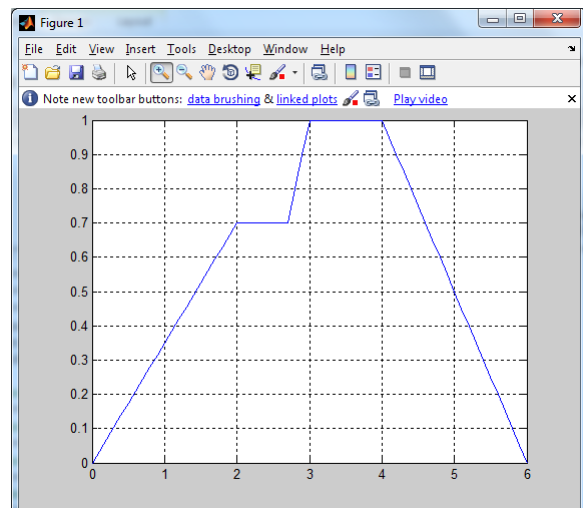
Problema 22.

Pentru funcția de apartenență din figura următoare să se determine valoarea defuzzificată a ieșirii prin șase metode:



```
x = 0:0.1:6;
f1 = trapmf(x, [0 2 3 4]);
f2 = trapmf(x, [2 3 4 6]);
f3 = max(0.7*f1, f2);
figure(1);
plot(x, f3);
grid;

% Metoda centroidului
x1 = defuzz(x, f3, 'centroid')
% Metoda bisectoarei ariei
x2 = defuzz(x, f3, 'bisector')
% Metoda mediei maximelor
x3 = defuzz(x, f3, 'mom')
% Metoda minimului maximelor
x4 = defuzz(x, f3, 'som')
% Metoda maximului maximelor
x5 = defuzz(x, f3, 'lom')
```



x1 = 3.1874
 x2 = 3.3000
 x3 = 3.5000
 x4 = 3
 x5 = 4

Rezolvare

1. Metoda centroidului

$$\begin{aligned} nr &= \int_0^2 0.35 \cdot x^2 dx + \int_2^{2.7} 0.7 \cdot x dx + \int_{2.7}^3 (x-2) \cdot x dx + \int_3^4 x dx + \int_4^6 (-0.5 \cdot x + 3) \cdot x dx = \\ &= \frac{0.35}{3} \cdot x^3 \Big|_0^2 + \frac{0.7}{2} \cdot x^2 \Big|_2^{2.7} + \frac{x^3}{3} \Big|_{2.7}^3 - x^2 \Big|_{2.7}^3 + \frac{x^2}{2} \Big|_3^4 + \left(-0.5 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2} \cdot x^2 \right) \Big|_4^6 = \\ &= \frac{0.35}{3} 8 + 0.35(7.29 - 4) + \frac{1}{3} (27 - 19.68) - (9 - 7.29) + \frac{1}{2} (16 - 9) - \frac{0.5}{3} (216 - 64) \\ &\quad + \frac{3}{2} (36 - 16) = 0.93 + 1.15 + 2.44 - 1.71 + 3.5 - 25.33 + 30 = 10.98. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} num &= \int_0^2 0.35 \cdot x dx + \int_2^{2.7} 0.7 dx + \int_{2.7}^3 (x-2) dx + \int_3^4 dx + \int_4^6 (-0.5 \cdot x + 3) dx = \\ &= \frac{0.35}{2} x^2 \Big|_0^2 + 0.7 \cdot x \Big|_2^{2.7} + \frac{x^2}{2} \Big|_{2.7}^3 - 2x \Big|_{2.7}^3 + x \Big|_3^4 + \left(-\frac{0.5}{2} x^2 + 3x \right) \Big|_4^6 = \\ &= \frac{0.35}{2} 4 + 0.7 \cdot 0.7 + \frac{1}{2} (9 - 7.29) - 2(3 - 2.7) + 4 - 3 - 0.5(36 - 16) + 3(6 - 4) = \\ &= 0.7 + 0.49 + \frac{1.71}{2} - 0.6 + 1 - 5 + 6 = 1.19 + 0.85 + 1.4 = 1.19 + 2.25 = 3.44. \end{aligned}$$

$$z = \frac{nr}{num} = \frac{10.98}{3.44} = 3.19$$

2. Metoda bisectoarei ariei

$$\begin{aligned} A_t &= 3.44; \frac{A_t}{2} = 1.72 \\ A_1 &= 1.19 + 0.25 + (x-3)1 = 1.72 \\ 1.44 + x - 3 &= 1.72 \\ x &= 1.72 - 1.44 + 3 = 0.28 + 3 = 3.28 \\ z &= 3.28 \end{aligned}$$

3. Metoda centrului maximelor

$$z = \frac{1}{2} (3 + 4) = \frac{7}{2} = 3.5$$

4. Metoda minimului maximelor

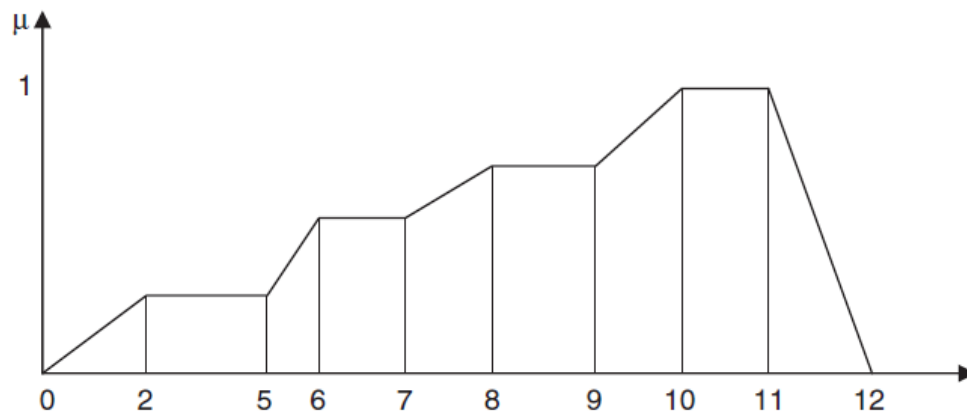
$$z = 3$$

5. Metoda maximului maximelor

$$z = 4$$

Problema 23.

- (i) Folosind defuzzificarea prin metoda centroidului, să se convertească valoarea fuzzy z la valoarea Z^* pentru următoarea reprezentare grafică a lui z :



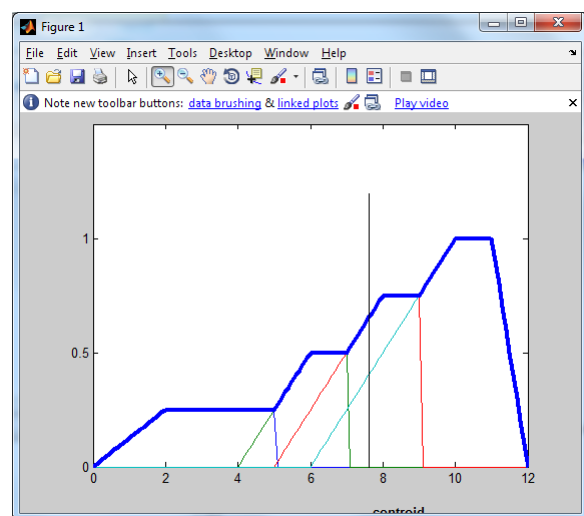
Se știe că: $\mu_z(2) = 0.25$; $\mu_z(6) = 0.5$; $\mu_z(8) = 0.75$; $\mu_z(10) = 1$.

```
x = 0:0.1:12;
mf1 = trapmf(x,[0 2 5 5]);
mf2 = trapmf(x,[4 6 7 7]);
mf3 = trapmf(x,[5 8 9 9]);
mf4 = trapmf(x,[6 10 11 12]);

mf6 =
max(max(0.25*mf1,0.5*mf2),max(0.75*mf3,mf4));
plot(x,0.25*mf1,x,0.5*mf2,x,0.75*mf3,x,mf4);
hold on;
plot(x,mf6,'LineWidth',3);
set(gca,'YLim',[0 1.5],'YTick',[0 .5 1]);

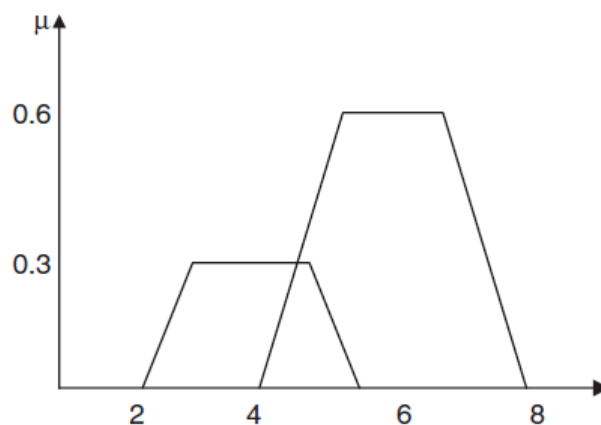
x1 = defuzz(x,mf3,'centroid')
h1 = line([x1 x1],[-0.2 1.2],'Color','k');
t1 = text(x1,-0.2,'centroid',
'FontWeight','bold');
```

$x1 = 7.62$



$$\begin{aligned}
 z &= \frac{0 + 1 \cdot 0.125 + (2 + 3 + 4 + 5) \cdot 0.25 + (6 + 7) \cdot 0.5 + (8 + 9) \cdot 0.75 + (10 + 11) \cdot 1 + 0}{0 + 1.25 + 4 \cdot 0.25 + 2 \cdot 0.5 + 2 \cdot 1 + 0} = \\
 &= \frac{0.125 + 14 \cdot 0.25 + 13 \cdot 0.5 + 17 \cdot 0.75 + 21}{1.25 + 1 + 1 + 2} = \frac{0.125 + 3.5 + 6.5 + 12.75 + 21}{5.25} = \frac{43.875}{5.25} = \\
 &= 7.8.
 \end{aligned}$$

(ii) Să se calculeze valoarea defuzzyficată prin metoda mediei maximelor pentru:

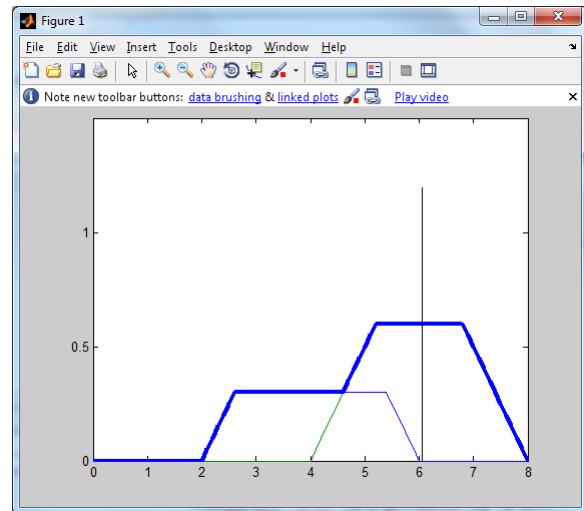


```
x = 0:0.1:8;
mf1 = trimf(x,[2 4 6]);
mf2 = trimf(x,[4 6 8]);

mf3 = max(min(0.3,mf1),min(0.6,mf2));
plot(x,min(0.3,mf1),x,min(0.6,mf2));
hold on;
plot(x,mf3,'LineWidth',3);
set(gca,'YLim',[0 1.5],'YTick',[0 .5 1]);

x3 = defuzz(x,mf3,'mom')
h3 = line([x3 x3],[-0.7 1.2],'Color','k');
t3 = text(x3,-0.7, 'MOM','FontWeight','bold');
```

x3 = 6



Problema 24.

Fie $y = -2x + x^2$.

Să se formeze un system fuzzy care aproximează funcția f , când $x \in [-10, 10]$.

Metoda 1.

```
% Generarea datelor de intrare si de iesire
x = [-10:.5:10]';
y = -2 * x - x .* x;
figure(1);
plot(x,y);
grid;
xlabel('x');
ylabel('f(x)');
title('Caracteristica neliniara');
% Formatarea datelor pentru genfis1 si anfis
data = [x y];
trndata = data(1:2:size(x),:);
chkdata = data(2:2:size(x),:);
figure(2);
plot(trndata(:,1),trndata(:,2),'o',chkdata(:,1),chkdata(:,2),'x');
xlabel('x');
ylabel('f(x)');
title('Datele masurate');
grid;
% Initializarea sistemului fuzzy cu comanda genfis1
% Se utilizeaza 5 functii de apartenenta bell
nu = 5;
mftype = 'gbellmf';
fismat = genfis1(trndata, nu, mftype);
figure(3);
plotmf(fismat,'input',1);
xlabel('x');
ylabel('f(x)');
title('Functiile de apartenenta initiale');
grid;
% Aplicarea comenzii anfis pentru gasirea celui mai potrivit sistem FIS
iterations = 100;
numep = 100;
[parab, trnerr, ss, parabcheck, chkerr] = anfis(trndata, fismat, numep, [], chkdata);
% Evaluarea iesirii sistemului FIS pentru x la intrare
anfi = evalfis(x, parab);
figure(4);
plot(trndata(:,1),trndata(:,2),'o',chkdata(:,1),chkdata(:,2),'x',x,anfi,'-');
grid;
xlabel('x');
ylabel('f(x)');
title('Calitatea aproximarii');
```

ANFIS info:

Number of nodes: 24
 Number of linear parameters: 10
 Number of nonlinear parameters: 15
 Total number of parameters: 25
 Number of training data pairs: 21
 Number of checking data pairs: 20
 Number of fuzzy rules: 5

Warning: number of data is smaller than number of modifiable parameters

Start training ANFIS ...

1	1.11035	1.11725
2	1.1055	1.11205
3	1.10065	1.10685
4	1.09578	1.10165
5	1.09091	1.09644

Step size increases to 0.011000 after epoch 5.

6	1.08602	1.09123
7	1.08063	1.08548
8	1.07523	1.07974
9	1.06982	1.07399

Step size increases to 0.012100 after epoch 9.

10	1.0644	1.06823
11	1.05842	1.06189
12	1.05242	1.05555
13	1.04642	1.0492

Step size increases to 0.013310 after epoch 13.

14	1.0404	1.04285
15	1.03376	1.03586
16	1.02711	1.02886
17	1.02045	1.02186

Step size increases to 0.014641 after epoch 17.

18	1.01378	1.01485
19	1.00642	1.00714
20	0.999053	0.999431
21	0.991671	0.991716

Step size increases to 0.016105 after epoch 21.

22	0.984276	0.983999
23	0.976129	0.975509
24	0.96797	0.967018
25	0.959799	0.958527

Step size increases to 0.017716 after epoch 25.

26	0.951619	0.950038
27	0.942609	0.940701
28	0.93359	0.931368
29	0.924563	0.92204

Step size increases to 0.019487 after epoch 29.

30	0.91553	0.912717
31	0.905587	0.90247
32	0.89564	0.892233

33	0.88569	0.882008
Step size increases to 0.021436 after epoch 33.		
34	0.875741	0.871796
35	0.864798	0.860579
36	0.853859	0.849382
37	0.842927	0.838206
Step size increases to 0.023579 after epoch 37.		
38	0.832004	0.827053
39	0.820002	0.814815
40	0.808017	0.80261
41	0.796053	0.790441
Step size increases to 0.025937 after epoch 41.		
42	0.784111	0.77831
43	0.771006	0.765013
44	0.757936	0.751767
45	0.744905	0.738577
Step size increases to 0.028531 after epoch 45.		
46	0.731916	0.725445
47	0.717682	0.711069
48	0.703507	0.696771
49	0.689397	0.682553
Step size increases to 0.031384 after epoch 49.		
50	0.675355	0.668419
51	0.659993	0.652972
52	0.644722	0.637635
53	0.629548	0.622409
Step size increases to 0.034523 after epoch 53.		
54	0.614475	0.6073
55	0.598016	0.590817
56	0.581688	0.574482
57	0.565496	0.558299
Step size increases to 0.037975 after epoch 57.		
58	0.549443	0.54227
59	0.531951	0.524819
60	0.514637	0.507561
61	0.497503	0.490498
Step size increases to 0.041772 after epoch 61.		
62	0.480553	0.473633
63	0.462123	0.45531
64	0.44392	0.437229
65	0.425947	0.41939
Step size increases to 0.045950 after epoch 65.		
66	0.408204	0.401794
67	0.388953	0.382718
68	0.369981	0.363933
69	0.351286	0.345439
Step size increases to 0.050545 after epoch 69.		
70	0.332868	0.327232
71	0.312925	0.307534
72	0.293311	0.288179
73	0.274022	0.269162
Step size increases to 0.055599 after epoch 73.		

74	0.255055	0.250481
75	0.234557	0.230315
76	0.21444	0.210549
77	0.194699	0.191182

Step size increases to 0.061159 after epoch 77.

78	0.175332	0.172215
79	0.15446	0.151822
80	0.134046	0.131939
81	0.114104	0.112599

Step size increases to 0.067275 after epoch 81.

82	0.0946681	0.0938651
83	0.0739639	0.0741053
84	0.0541988	0.0555814
85	0.0360048	0.0391241

Step size increases to 0.074002 after epoch 85.

86	0.0211079	0.026463
87	0.0107584	0.0173792
88	0.0173364	0.0221371
89	0.00977813	0.0162056
90	0.0165201	0.0217109
91	0.00934652	0.0162587

Step size decreases to 0.066602 after epoch 91.

92	0.016098	0.021832
93	0.00734626	0.0157186
94	0.0155904	0.0219795
95	0.00732519	0.0161811

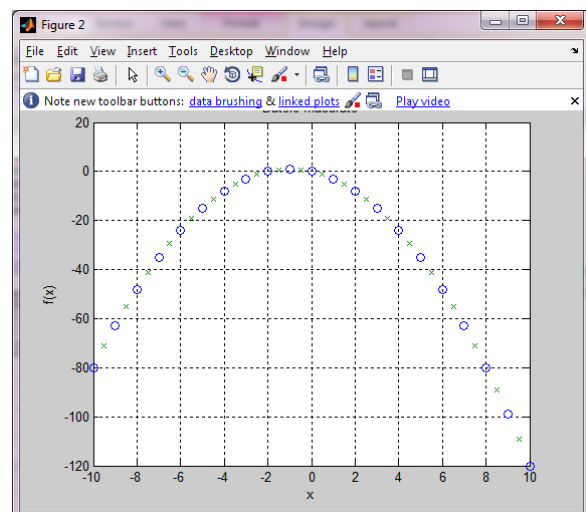
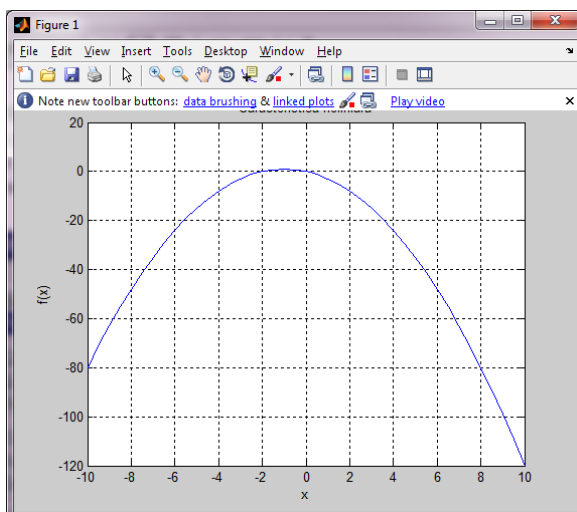
Step size decreases to 0.059942 after epoch 95.

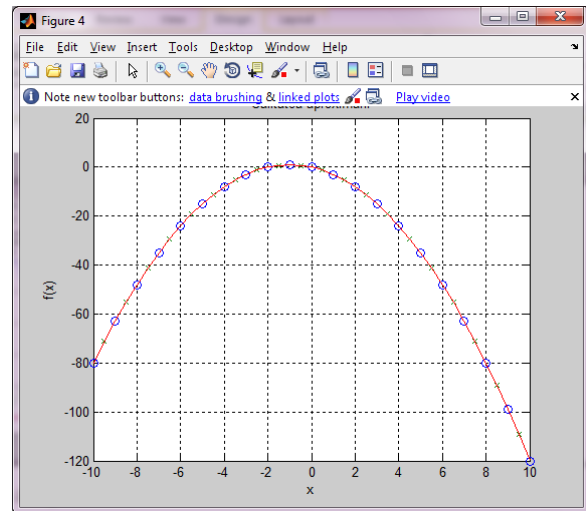
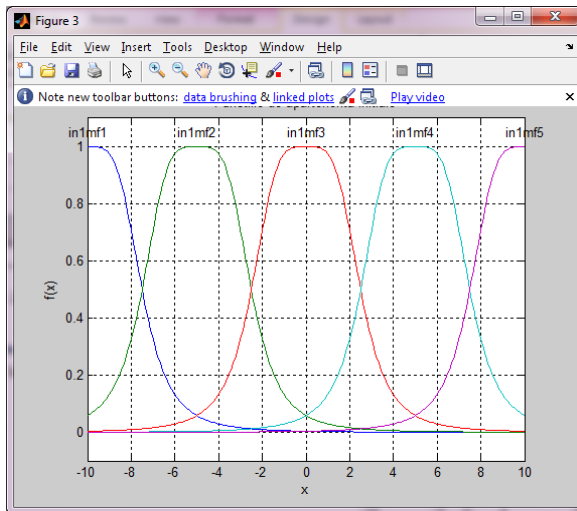
96	0.0152275	0.0222665
97	0.00610364	0.0163279
98	0.0147314	0.0225527
99	0.00645138	0.0170143

Step size decreases to 0.053948 after epoch 99.

100	0.0144048	0.0229302
-----	-----------	-----------

Designated epoch number reached --> ANFIS training completed at epoch 100.

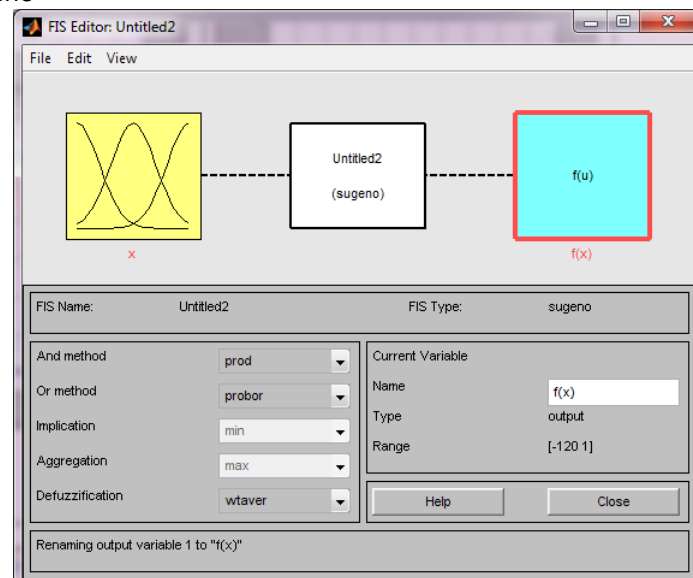




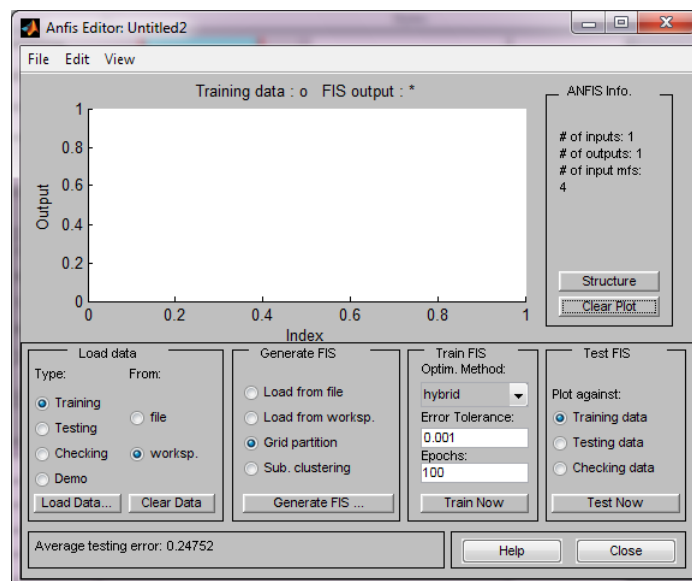
Metoda 2.

>> fuzzy

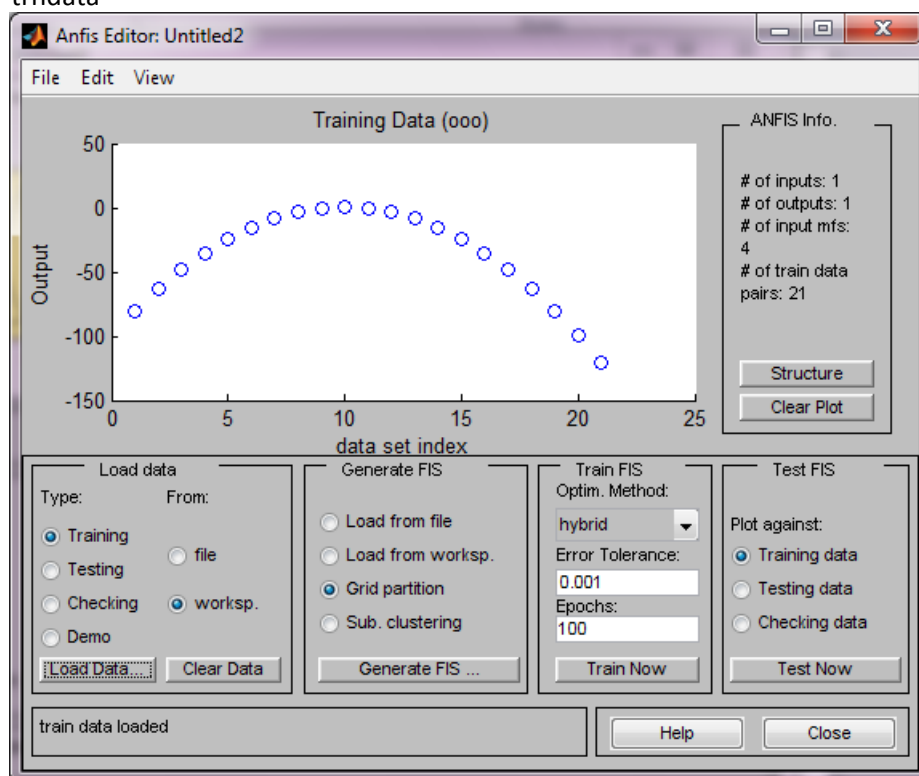
File > New FIS > Sugeno



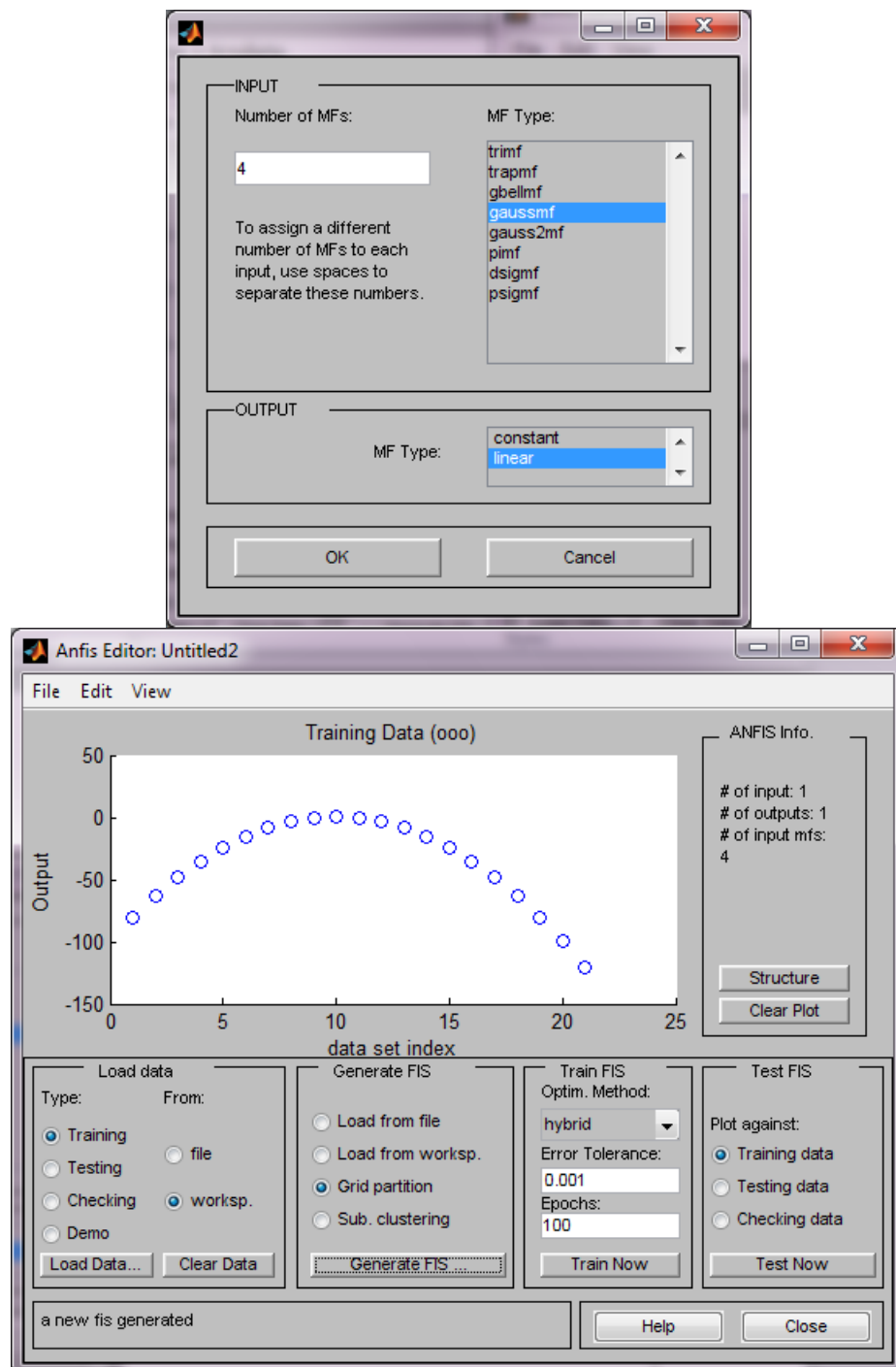
Edit > Anfis



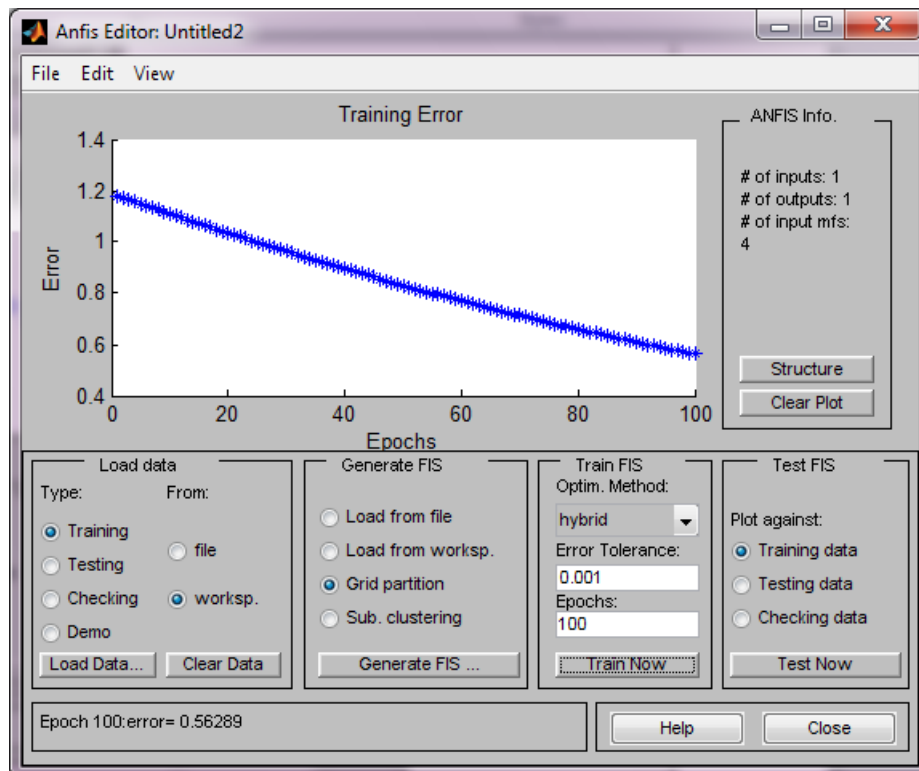
Load data > trndata



Generate FIS



Train now



Test now

