



FORME STANDARD DE REPREZENTARE A FUNCTIILOR LOGICE

BAZELE PROGRAMĂRII CALCULATOARELOR

LUCRAREA NR. 5

Asist. Ing. Corina CÎMPANU

FORME STANDARD DE REPRESENTARE A FUNCȚIILOR LOGICE

OBIECTIVE

Prin parcurgerea acestei ședințe de laborator studenții vor fi capabili:

- Să definească legile algebrei booleene;
- Să definească operațiile logice pe bit;
- Să reprezinte grafic operatorii sumă logică, produs logic și operatorul de complementare;
- Să enunțe proprietățile fundamentale ale algebrei Booleene;
- Să reprezinte o funcție logică prin tabele de adevăr, sau prin realizant sau în forma analitică;
- Să exprime funcțiile logice în formele canonice FCD și FCC.

ALGEBRA BOOLEANĂ

"Dacă afară plouă sau prognoza meteo indică vreme rea, atunci voi lua o umbrelă cu mine."

P₁: "Voi lua o umbrelă cu mine"

P₂: "afară plouă"

P₃: "prognoza meteo indică vreme rea"

Dacă P₂ sau P₁ atunci P₃.

"afară plouă"	"prognoza meteo indică vreme rea"	"voi lua o umbrelă"
FALS	FALS	FALS
FALS	ADEVĂRAT	ADEVĂRAT
ADEVĂRAT	FALS	ADEVĂRAT
ADEVĂRAT	ADEVĂRAT	ADEVĂRAT

ALGEBRA BOOLEANĂ

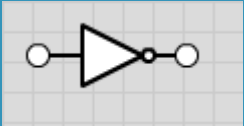
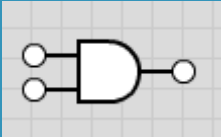
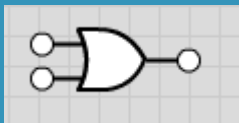
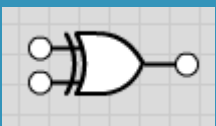
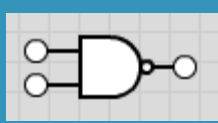
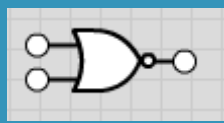
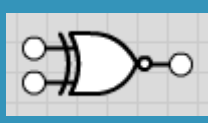
Algebra booleană reprezintă o metodă simbolică pentru studierea relațiilor logice.

Algebra booleană este o mulțime compusă din două elemente $M = \{0,1\}$ înzestrată cu două legi de compoziție $+$ ($\cup$) și $\cdot$ ($\cap$), o lege de complementare $\bar{}$ și un set de axiome.

PROPRIETĂȚI FUNDAMENTALE ALE ALGEBREI BOOLEENE

- 1) Elementele 0 și 1 sunt unice.
- 2) M este o mulțime închisă în raport cu operatorii
 $\forall x, y \in M \Rightarrow 1)x + y \in M; 2)x \cdot y \in M; 3)\bar{x} \in M.$
- 3) Elementul neutru pentru sumă este 0, iar pentru produs este 1.
- 4) Elementul absorbant pentru produs este 0, iar pentru sumă este 1.
- 5) Teorema dublei negații: $\bar{\bar{x}} = x;$
- 6) Teorema complementării: $x \cdot \bar{x} = 0;$
 $x + \bar{x} = 1;$
- 7) Teorema de idempotență: $x + x = x;$
 $x \cdot x = x;$
- 8) Teorema de absorbție: $x + (x \cdot y) = x;$
 $x \cdot (x + y) = x;$
- 9) Comutativitatea: $x + y = y + x;$
 $x \cdot y = y \cdot x;$
- 10) Asociativitatea: $x + (y + z) = (x + y) + z;$
 $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z;$
- 11) Distributivitatea: $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z;$
 $x + y \cdot z = (x + y) \cdot (x + z);$
- 12) Legile lui DeMorgan: $\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y};$
 $\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y}.$

OPERAȚII LOGICE

POARTA LOGICĂ								
OPERATORUL		NOT	ȘI	SAU	XOR	NAND	NOR	XNOR
x	y	$\bar{x}$	$x \cdot y$	$x + y$	$x \oplus y$	$\overline{x \cdot y}$	$\overline{x + y}$	$\overline{x \oplus y}$
0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	1

<i>Zecimal</i>	<i>Codul binar</i>	<i>Validarea</i>
	$x_3x_2x_1x_0$	f
0	0000	1
1	0001	1
2	0010	1
3	0011	1
4	0100	1
5	0101	1
6	0110	1
7	0111	1
8	1000	1
9	1001	1
10	1010	0
11	1011	0
12	1100	0
13	1101	0
14	1110	0
15	1111	0

FUNCȚII LOGICE

STUDIU DE CAZ: FUNCȚIA LOGICĂ CARE VALIDEAZĂ CODUL BCD

1. REPRESENTAREA PRIN TABEL DE ADEVĂR

<i>Zecimal</i>	<i>Codul binar</i>	<i>Validarea</i>
	$x_3x_2x_1x_0$	f
0	0000	1
1	0001	1
2	0010	1
3	0011	1
4	0100	1
5	0101	1
6	0110	1
7	0111	1
8	1000	1
9	1001	1
10	1010	0
11	1011	0
12	1100	0
13	1101	0
14	1110	0
15	1111	0

FUNCTII LOGICE

STUDIU DE CAZ: FUNCȚIA LOGICĂ CARE VALIDEAZĂ CODUL BCD

2. REPRESENTAREA PRIN REALIZANT

$$f = R_1(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$$

$$f = R_0(10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

<i>Zecimal</i>	<i>Codul binar</i>	<i>Validarea</i>
	$x_3x_2x_1x_0$	f
0	0000	1
1	0001	1
2	0010	1
3	0011	1
4	0100	1
5	0101	1
6	0110	1
7	0111	1
8	1000	1
9	1001	1
10	1010	0
11	1011	0
12	1100	0
13	1101	0
14	1110	0
15	1111	0

FUNCTII LOGICE

STUDIU DE CAZ: FUNCȚIA LOGICĂ CARE VALIDEAZĂ CODUL BCD

3. REPRESENTAREA PRIN TABELĂ VEITCH- KARNAUGH

x_1x_0 x_3x_2	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	1	1	0	0

Zecimal	Codul binar	Validarea
	$x_3x_2x_1x_0$	f
0	0000	1
1	0001	1
2	0010	1
3	0011	1
4	0100	1
5	0101	1
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

FUNCȚII LOGICE

STUDIU DE CAZ: FUNCȚIA LOGICĂ CARE VALIDEAZĂ CODUL BCD

3. REPRESENTAREA PRIN FORMULĂ

x_1x_0	00	01	11	10
x_3x_2				
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	1	1	0	0

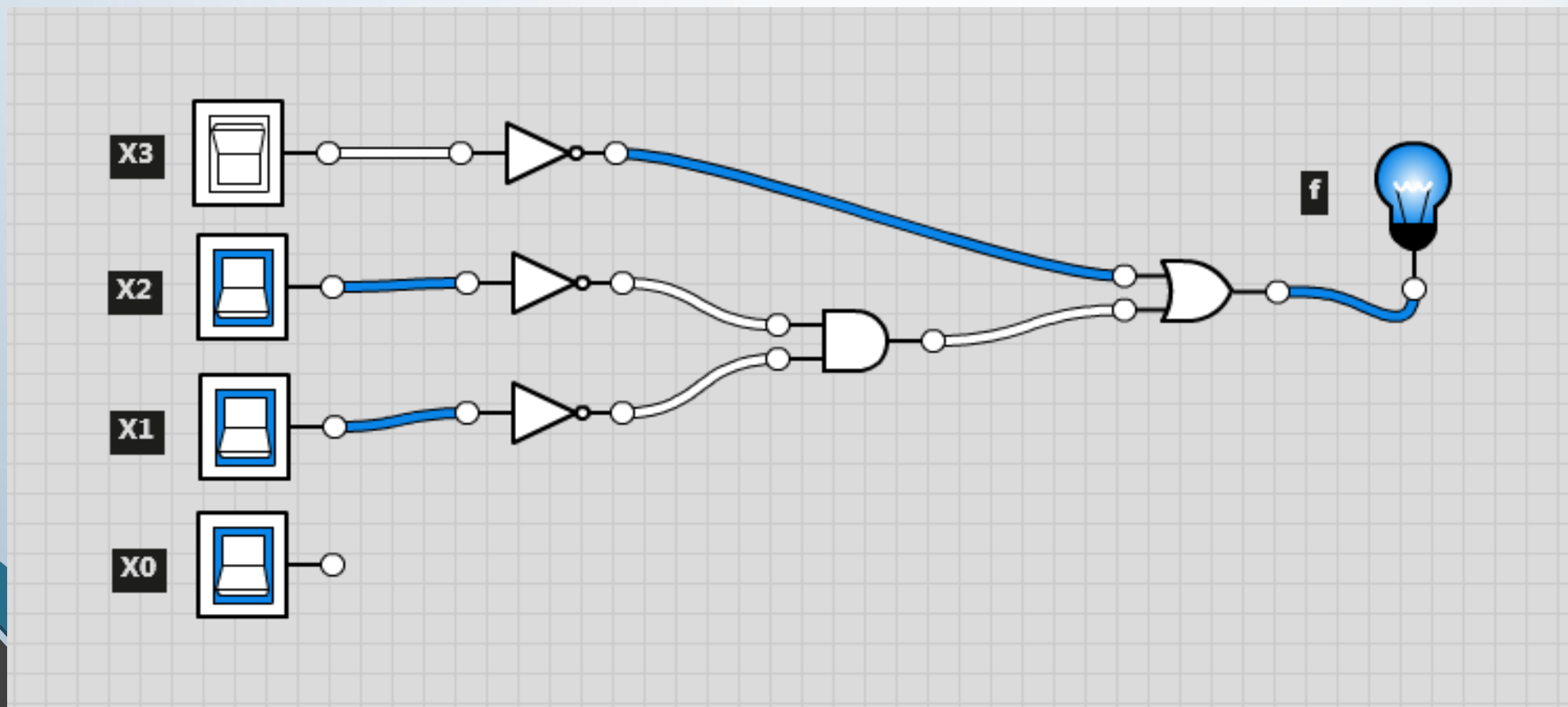
$$f = \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}$$

FUNCȚII LOGICE

STUDIU DE CAZ: FUNCȚIA LOGICĂ CARE VALIDEAZĂ CODUL BCD

4. REPRESENTAREA PRIN SCHEMĂ LOGICĂ

$$f = \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}$$



FUNCȚII LOGICE

MINTERMI ȘI MAXTERMI

Un **minterm** ("m") este o expresie logică elementară definită pe fiecare combinație posibilă a tuturor variabilelor independente legate prin produs logic și care este întotdeauna evaluată cu 1 logic.

Un **maxterm** ("M") este o expresie logică elementară definită pe fiecare combinație posibilă a tuturor variabilelor independente legate prin sumă logică și care este întotdeauna evaluată cu 0 logic.

Exemplu:

10 : $x_3x_2x_1x_0 = 1010$; *Mintermul* $m_i = x_3\bar{x}_2x_1\bar{x}_0$; *Maxtermul* $M_i = \bar{x}_3x_2\bar{x}_1x_0$.

FUNCTII LOGICE

MINTERMI ȘI MAXTERMI

	$x_3x_2x_1x_0$	f	m_i	M_i
0	0000	1	$\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$	$x_3 + x_2 + x_1 + x_0$
1	0001	1	$\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$	$x_3 + x_2 + x_1 + \overline{x_0}$
2	0010	1	$\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot \overline{x_0}$	$x_3 + x_2 + \overline{x_1} + x_0$
3	0011	1	$\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0$	$x_3 + x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_0}$
4	0100	1	$\overline{x_3} \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$	$x_3 + \overline{x_2} + x_1 + x_0$
5	0101	1	$\overline{x_3} \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$	$x_3 + \overline{x_2} + x_1 + \overline{x_0}$
6	0110	1	$\overline{x_3} \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot \overline{x_0}$	$x_3 + \overline{x_2} + \overline{x_1} + x_0$
7	0111	1	$\overline{x_3} \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot x_0$	$x_3 + \overline{x_2} + \overline{x_1} + \overline{x_0}$
8	1000	1	$x_3 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$	$\overline{x_3} + x_2 + x_1 + x_0$
9	1001	1	$x_3 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$	$\overline{x_3} + x_2 + x_1 + \overline{x_0}$
10	1010	0	$x_3 \cdot \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot \overline{x_0}$	$\overline{x_3} + x_2 + \overline{x_1} + x_0$
11	1011	0	$x_3 \cdot \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0$	$\overline{x_3} + x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_0}$
12	1100	0	$x_3 \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$	$\overline{x_3} + \overline{x_2} + x_1 + x_0$
13	1101	0	$x_3 \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$	$\overline{x_3} + \overline{x_2} + x_1 + \overline{x_0}$
14	1110	0	$x_3 \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot \overline{x_0}$	$\overline{x_3} + \overline{x_2} + \overline{x_1} + x_0$
15	1111	0	$x_3 \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot x_0$	$\overline{x_3} + \overline{x_2} + \overline{x_1} + \overline{x_0}$

FUNCTII LOGICE

FORMA CANONICĂ DISJUNCTIVĂ

	$x_3x_2x_1x_0$	f	m_i
0	0000	1	$\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$
1	0001	1	$\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$
2	0010	1	$\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot \overline{x_0}$
3	0011	1	$\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0$
4	0100	1	$\overline{x_3} \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$
5	0101	1	$\overline{x_3} \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$
6	0110	1	$\overline{x_3} \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot \overline{x_0}$
7	0111	1	$\overline{x_3} \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot x_0$
8	1000	1	$x_3 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$
9	1001	1	$x_3 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$

$$\begin{aligned}
 f = & \overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + \overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0 + \overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot \overline{x_0} + \overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0 + \\
 & + \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot x_0 + \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot \overline{x_0} + \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot x_0 + \\
 & + x_3 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + x_3 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0
 \end{aligned}$$

FUNCTȚII LOGICE

FORMA CANONICĂ CONJUNCTIVĂ

	$x_3x_2x_1x_0$	f	M_i
10	1010	0	$\overline{x_3} + x_2 + \overline{x_1} + x_0$
11	1011	0	$\overline{x_3} + x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_0}$
12	1100	0	$\overline{x_3} + \overline{x_2} + x_1 + x_0$
13	1101	0	$\overline{x_3} + \overline{x_2} + x_1 + \overline{x_0}$
14	1110	0	$\overline{x_3} + \overline{x_2} + \overline{x_1} + x_0$
15	1111	0	$\overline{x_3} + \overline{x_2} + \overline{x_1} + \overline{x_0}$

$$f = (\overline{x_3} + x_2 + \overline{x_1} + x_0) \cdot (\overline{x_3} + x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_0}) \cdot (\overline{x_3} + \overline{x_2} + x_1 + x_0) \cdot (\overline{x_3} + \overline{x_2} + x_1 + \overline{x_0}) \cdot (\overline{x_3} + \overline{x_2} + \overline{x_1} + x_0) \cdot (\overline{x_3} + \overline{x_2} + \overline{x_1} + \overline{x_0})$$

ÎNTREBĂRI?

